

令和4年度 修士論文

太陽フレアの乱流の起源に関する  
三次元磁気流体シミュレーション研究

3D MHD simulation for the origin  
of the turbulence on a solar flare

柴田 健吾

共同研究者 高棹真介

指導教員 長峯健太郎

主査 井上芳幸

副査 高棹真介

副査 横田勝一郎

大阪大学大学院理学研究科宇宙地球科学専攻宇宙進化グループ  
学籍番号 24F21011

## 概要

太陽フレアにおけるループトップ領域は高エネルギー電子の生成に重要な寄与をすることで注目されている場所である。ひので衛星の極端紫外線撮像分光観測により、ループトップ領域には乱流を示唆するライン幅の増加が見られることが明らかになった。この乱流は磁力線をかき乱すことでループトップにおける電子の閉じ込められ方・加速のされ方に影響を与えると考えられるが、この点を詳細に議論するためには、この乱流がどこで・どうやって生じるかなど大域的な乱流の性質を理解することが必須である。我々は三次元の磁気流体シミュレーションを実施し、ループトップの乱流の起源を調べた。その結果、ループトップ領域に形成される磁力線の曲率が大きい場所で、圧力駆動不安定性やプラズマ流の遠心力によって引き起こされる Rayleigh-Taylor 不安定性が発達することを発見した。我々はこれらの不安定性が過去研究で考えられていたリコネクションアウトフローの下端で生じる不安定性よりも速く発達することを示し、乱流の起源であると結論した。我々の結果は、これまでの研究で考えられていた以上に高速で乱流が発達し得ることを意味し、フレアループ形成直後における電子加速に対して乱流が与える影響を無視できないことを示唆した。

# 目次

<b>第 1 章</b>	<b>序論</b>	10
1.1	太陽フレアの概要	10
1.2	Above-the-Loop-Top (ALT) 領域	13
1.3	本研究のモチベーション	17
<b>第 2 章</b>	<b>磁気流体計算 (熱伝導なし)</b>	20
2.1	手法	20
2.2	結果	22
<b>第 3 章</b>	<b>磁気流体計算 (熱伝導あり)</b>	39
3.1	手法	39
3.2	結果	41
<b>第 4 章</b>	<b>まとめ・議論</b>	51
4.1	観測との比較	52
4.2	過去のシミュレーション研究との比較	53
4.3	磁気シアの影響	55
4.4	乱流的な磁力線が電子加速に果たす役割	56
4.5	今後の課題	57
<b>第 5 章</b>	<b>展望 (粒子計算コードの開発)</b>	59
5.1	手法	59
5.2	テスト計算	61
5.3	二次元フレア+粒子計算	64
<b>付録 A</b>	<b>本文中の式の導出について</b>	71

A.1	エネルギー原理と圧力駆動不安定性 . . . . .	71
A.2	Guiding-center 近似の基礎方程式 . . . . .	77
<b>付録 B</b>	<b>双極型熱伝導コードのテスト計算</b>	<b>81</b>
B.1	一次元テスト A . . . . .	81
B.2	一次元テスト B . . . . .	83
B.3	三次元テスト . . . . .	83

# 図目次

1.1.1	2012年7月19日に発生した太陽フレア(M7.7)の様子(Liu et al. 2013)。SDO/AIAのFe VIII, XX, XXIII線(131Å)で撮影したもの。 . . . . .	10
1.1.2	硬X線、マイクロ波、電波、極端紫外線、軟X線、H $\alpha$ 線における太陽フレアのライトカーブを表すスケッチ(Benz 2012)。 . . . .	11
1.1.3	太陽フレアモデルの概観図(Shibata et al. 1995, Shibata 1999)。図はCSHKPモデルを発展させた統一モデルと呼ばれるもの。 . . . . .	12
1.2.1	ようこう衛星により撮影されたフレアループ(Masuda et al. 1994)。カラーマップは軟X線の強度を基に計算されたemission measureを表し、等高線は硬X線の強度を表す。 . . . . .	13
1.2.2	高エネルギー電子の数密度の分布(Chen et al. 2020)。パネル(a)の背景の濃淡はSDO/AIAによる211Å線の強度を表し、カラーマップは電流密度の大きさを表す。パネル中の”X”の地点はリコネクションポイントを表し、”Y”の点がフレアループの先端、つまりALT領域を表す。パネル(b),(c)はそれぞれ磁場・電場の強さを高度の関数で表したものである。パネル(d)は高度および電子のエネルギーに関する電子の数密度のマップである。パネル(e)は300 keV以上のエネルギーを持つ電子の数密度を高度の関数で表したものである。 . . . . .	15
1.2.3	ひので衛星のIRISおよびEISによるALT振動の観測(Reeves et al. 2020)。パネル(a1),(a2),(a3)は観測に用いたフレアの画像を示し、それぞれ順にSDO/AIAの131 Å, 193ÅおよびIRISの1330Åによる光の強度を表す。パネル(a1)-(a3)の黄色の四角におけるDoppler velocityの時間変化の様子をパネル(b)に示す。パネル(c)はパネル(b)の1番の赤い四角におけるDoppler velocityを時間の関数で表示した図である。 . . . . .	16

1.2.4	ALT 振動の機構を表す概要図 (Takasao & Shibata (2016) から一部図を借用)。	17
1.3.1	Non-thermal broadening から推測した乱流速度の大きさの分布 (Hara et al. 2008)。	18
2.1.1	3次元 MHD シミュレーションの初期条件・境界条件に関する概略図	22
2.2.1	時刻 $t = 660$ s におけるシミュレーションの 3次元スナップショット。パネル (a) はフレアループ全体の様子で、背景色は質量密度、黄色線は磁力線を示す。パネル (b) は ALT 領域周辺の磁力線の構造と磁場の強さ (線の色) を表す。パネル (c) は、フレアループを平面 $x = 0.43L_0$ で切った断面における密度と磁力線を示している。	23
2.2.2	ALT 領域周辺の衝撃波構造。パネル (a) は $xy$ 平面 ( $z = 0$ ) における圧力分布を示す。パネル (b) は、 $xy$ 平面 ( $z = 0$ ) における音速 $c_s$ とメッシュサイズ $\Delta x$ で規格化した速度の発散 $\nabla \cdot \boldsymbol{v}$ を示す。実線は $xy$ 平面に射影された磁力線を示す。パネル (a) と (b) における矢印は終端衝撃波の波面の位置を示している。パネル (c) は (b) と同様に規格化した速度の発散であるが $yz$ 平面 ( $x = 0$ ) から見た図である。パネル (d) は衝撃波面の 3次元構造を示す。背景色は $z = 0$ における質量密度を示し、矢印は速度ベクトルの向きを示す (矢印の長さは速度の大きさを表さないの注意)。黄色線は磁力線である。いずれの図も時刻は $t = 528$ s である。	24
2.2.3	ALT 領域の様子を表す概観図。黒線は磁力線を表す。	25
2.2.4	パネル (a) は $t = 642.4$ s における ALT 領域周辺の水平方向の速度 $v_x$ の空間分布である。実線と破線はそれぞれ $y_{\text{top}}$ と $y_{\text{btm}}$ を示している。黒線は平面に投影された磁力線を表す。パネル (b) は水平速度を密度で重み付けした空間平均 $\langle v_x \rangle^{\text{ALT}}(t)$ の時間発展である。実線と破線はそれぞれ 3次元および 2次元モデルにおける結果を示す。	26
2.2.5	ALT 領域周辺の乱流の発達。パネル (a) は $xy$ 平面 ( $z = 0$ ) に投影された磁力線および密度の空間分布を表す。パネル (b-1)~(b-4) は異なる時刻における ALT 領域周辺のプラズマ $\beta$ の分布を表す。ボックスの大きさはパネル (a) の黒四角で示されている。	28

2.2.6	パネル (a) は ALT 領域における圧力の分布および磁力線を表す。4 つの白い矢印は bad curvatures の位置を表す。パネル (b) は磁力線に沿った速度の大きさ $v_{\parallel} =  \mathbf{v} \cdot \mathbf{B} / \mathbf{B} $ を表す。パネル (c) は音速 $c_s$ で規格化した $v_{\parallel}$ を表す。パネル (d) はパネル (a) の白線で切った $yz$ 断面における圧力分布を表し、bad curvature において Interchange モードの不安定性が発達する様子を表す。黒い矢印は不安定性が始まる位置を表す。	29
2.2.7	密度のゆらぎのフーリエパワーの空間分布。波数は $k = 1.12 [\text{cell size}^{-1}] (\lambda = 5.6 [\text{cell size}])$ である。図の時刻は $t = 484 \text{ s}$ である。	31
2.2.8	時刻 $t = 704 \text{ s}$ における運動・磁場エネルギー密度 ( $z$ 方向の平均値) の分布。パネル (a) および (b) はそれぞれコヒーレントな運動エネルギーおよび乱流のエネルギーを表す。パネル (c) および (d) はコヒーレントな磁場エネルギーおよび乱流の磁場エネルギーを表す。	32
2.2.9	乱流の運動エネルギー密度の分布が時間によって変化する様子。	33
2.2.10	ALT 領域における各種のエネルギーの時間発展を示す。 $ dE_{\text{mag}} $ は磁気リコネクションによって Alfvén タイムスケールで解放される磁場のエネルギーを表す。 $E_{\text{kin,turb}}$ および $E_{\text{mag,turb}}$ はそれぞれ乱流の運動および磁場エネルギーを表す。 $E_{\text{thr}}$ は ALT 領域における熱エネルギーを表す。縦軸のエネルギーは $z$ 方向長さあたりの値になっている。各種エネルギーの計算方法の詳細は本文に記載した。	34
2.2.11	パネル (a) は時刻 $t = 528 \text{ s}$ における乱流速度 $\langle \delta v_z^2 \rangle$ の Mach 数を表す。パネル (b),(c),(d) はそれぞれ乱流速度 $\sqrt{\langle \delta v_z^2 \rangle}$ 、位置 $(x, y) = (0, 20L_0)$ における無次元リコネクション率 $\langle \eta J_z / (B_0 v_A) \rangle$ 、位置 $(x, y) = (0, y_{\text{top}} + L_0)$ におけるリコネクションアウトフローの速度 $\langle  v_y  \rangle$ を表す。パネル (b),(c),(d) の横軸の時間は 3 パネルともに共通である。	36
2.2.12	時刻 $t = 528 \text{ s}$ における乱流速度の Alfvén Mach 数の分布を表す。黒線は $xy$ 平面に射影した磁力線を表す。	37
2.2.13	パネル (a) は時刻 $t = 616 \text{ s}$ における鉛直方向の速度 $v_y$ (カラーマップ) および磁力線 (黒線) を表す。赤線は三次元的に追跡した磁力線の一例を示す。赤線の矢印は追跡した磁力線の向きを表す。黒の破線は ALT 領域の下部境界 $y = y_{\text{btm}}$ の位置を表す。パネル (b) は時刻 $t = 616 \text{ s}$ におけるミラー反射が起こるためのピッチ角の閾値 $\theta_{\text{mir}}$ のヒストグラムを表す。青色およびオレンジ色のグラフはそれぞれ 2D、3D における結果を表す。	38

3.2.1	ALT 領域周辺の衝撃波構造。パネル (a) は $xy$ 平面 ( $z = 0$ ) における圧力分布を示す。パネル (b) は、 $xy$ 平面 ( $z = 0$ ) における音速 $c_s$ とメッシュサイズ $\Delta x$ で規格化した速度の発散 $\nabla \cdot \mathbf{v}$ を示す。実線は $xy$ 平面に射影された磁力線を示す。パネル (a) と (b) における矢印は終端衝撃波の波面の位置を示している。パネル (c) は (b) と同様に規格化した速度の発散であるが $yz$ 平面 ( $x = 0$ ) から見た図である。パネル (d) は衝撃波面の 3 次元構造を示す。背景色は $z = 0$ における質量密度を示し、矢印は速度ベクトルの向きを示す (矢印の長さは速度の大きさを表さないのに注意)。黄色線は磁力線である。いずれの図も時刻は $t = 299.2$ s である。 . . . . .	42
3.2.2	水平速度を密度で重み付けした空間平均 $\langle v_x \rangle^{\text{ALT}}(t)$ の時間発展。 . . . .	43
3.2.3	ALT 領域周辺の乱流の発達。パネル (a) は $xy$ 平面 ( $z = 0$ ) に投影された磁力線および密度の空間分布を表す。パネル (b-1)~(b-4) は異なる時刻における ALT 領域周辺のプラズマ $\beta$ の分布を表す。ボックスの大きさはパネル (a) の黒四角で示されている。 . . . . .	44
3.2.4	パネル (a) は ALT 領域における圧力の分布および磁力線を表す。4 つの白い矢印は bad curvatures の位置を表す。パネル (b) は磁力線に沿った速度の大きさ $v_{\parallel} =  \mathbf{v} \cdot \mathbf{B} / \mathbf{B} $ を表す。パネル (c) は音速 $c_s$ で規格化した $v_{\parallel}$ を表す。パネル (d) はパネル (a) の白線で切った $yz$ 断面における圧力分布を表し、bad curvature において Interchange モードの不安定性が発達する様子を表す。黒い矢印は不安定性が始まる位置を表す。 . . . . .	45
3.2.5	密度のゆらぎのフーリエパワーの空間分布。波数は $k = 0.35$ [cell size <sup>-1</sup> ]( $\lambda = 17.9$ [cell size]) である。図の時刻は $t = 299.2$ s である。 . . . . .	46
3.2.6	時刻 $t = 440$ s における運動・磁場エネルギー密度の分布。パネル (a),(b) はそれぞれコヒーレントな運動エネルギーおよび乱流のエネルギーを表す。パネル (c),(d) はそれぞれコヒーレントな磁場エネルギーおよび乱流の磁場エネルギーを表す。 . . . . .	47
3.2.7	ALT 領域における各種のエネルギーの時間発展を示す。 $ dE_{\text{mag}} $ は磁気リコネクションによって Alfvén タイムスケールで解放される磁場のエネルギーを表す。 $E_{\text{kin,turb}}$ および $E_{\text{mag,turb}}$ はそれぞれ乱流の運動および磁場エネルギーを表す。 $E_{\text{thr}}$ は ALT 領域における熱エネルギーを表す。 . . . . .	48

3.2.8	パネル (a) は時刻 $t = 528$ s における乱流速度 $\langle \delta v_z^2 \rangle$ の Mach 数を表す。パネル (b),(c),(d) はそれぞれ乱流速度 $\sqrt{\langle \delta v_z^2 \rangle}$ 、位置 $(x, y) = (0, 20L_0)$ における無次元リコネクション率 $\langle \eta J_z / (B_0 v_A) \rangle$ 、位置 $(x, y) = (0, y_{\text{top}} + L_0)$ におけるリコネクションアウトフローの速度 $\langle  v_y  \rangle$ を表す。パネル (b),(c),(d) の横軸の時間は 3 パネルともに共通である。 . . . . .	49
3.2.9	パネル (a) は時刻 $t = 616$ s における鉛直方向の速度 $v_y$ (カラーマップ) および磁力線 (黒線) を表す。赤線は三次元的に追跡した磁力線の一例を示す。赤線の矢印は追跡した磁力線の向きを表す。黒の破線は ALT 領域の下部境界 $y = y_{\text{btm}}$ の位置を表す。パネル (b) は時刻 $t = 616$ s におけるミラー反射が起こるためのピッチ角の閾値 $\theta_{\text{mir}}$ のヒストグラムを表す。青色およびオレンジ色のグラフはそれぞれ 2D、3D における結果を表す。 . . . . .	50
4.0.1	ALT 領域の不安定性に関する概略図。 . . . . .	52
4.1.1	<i>SDO/AIA</i> 131 Å および (左) <i>IRIS</i> 1330 Å (右) による解析対象のフレアの画像。図中の白い線が図 4.1.2 の解析に用いたスリットの位置を表す。 . . . . .	53
4.1.2	スリットに沿った <i>IRIS</i> Fe XXI 線のガウシアンフィッティングから得られた強度 (左)、Doppler 速度 (中央)、非熱的速度 (右) を示す。いずれのパネルも横軸は時間、縦軸はスリット上の座標を表す。中央のパネルのカラーマップの色の中心は $0 \text{ km s}^{-1}$ ではなく、 $15 \text{ km s}^{-1}$ であることに注意。 . . . . .	54
4.3.1	パネル (a) は時刻 $t = 440$ s における熱伝導を含まないフレアの圧力分布と磁力線 (黒線) および解析に用いたスリット (白線) を表す。パネル (b) はスリット上における磁気シアの角度 $\theta$ を $y$ の関数で表示したもの。 . . . . .	56
4.4.1	熱伝導を含むモデルの時刻 $t = 616$ s、平面 $z = 0$ における規格化した速度発散 $(\nabla \cdot \boldsymbol{v}) \Delta x / c_s$ (背景色) および 3 次的に追跡した磁力線の一つを平面に射影した磁力線 (黒の太線) を表す。細い灰色線は磁場の平面成分について流線を描いたものである。 . . . . .	57
5.2.1	テスト計算の初期条件。背景の濃淡は磁場の大きさを表す。黒い線は磁力線を表す。8 つの点は電子の初期位置を表す。 . . . . .	62

5.2.2	粒子の運動の様子。背景の濃淡は磁場の大きさを表し、黒い線は磁力線 を表す。8つの点は電子の位置を表し、色は電子を識別するためにつけた。	62
5.2.3	8つの電子それぞれについて、中心からの距離 $r$ の初期値との比 (a) お よび電子の速度 $ v $ の初期値との比 (b) の時間発展を示す。線の色は図 5.2.2 における電子の色と対応する。 . . . . .	63
5.3.1	2D フレア+粒子計算の初期条件。背景場は MHD シミュレーションの 時刻 $t = 616$ s のもので、背景色は密度、黒い線は磁力線を表す。黄色い 点は粒子の初期位置である。左が全体像、右が ALT 領域の拡大図を表す。	64
5.3.2	パネル (a) は規格化した流体速度の発散 (背景色) および5つの電子の 軌道を示す。灰色の線は磁力線を表す。パネル (b) は各電子の速度の磁 力線に平行な成分の時間発展を示す。パネル (c) は各電子のドリフト運 動の速さの時間発展を示す。同じ電子に対してパネル (a),(b),(c) の線 の色は共通である。 . . . . .	66
A.2.1	Guiding-center の概要図 . . . . .	78
B.1.1	異なる4時刻における温度空間分布の比較。青い線が数値計算の結果で、 黒い線が解析解である。 . . . . .	82
B.2.1	異なる4時刻における温度空間分布の比較。青い線が双極型の数値解で、 黒い線が放物型の数値解である。 . . . . .	84
B.3.1	初期条件の温度分布を異なる6スライスで表示したもの。 . . . . .	85
B.3.2	時刻 $t = 0.06$ の温度分布を異なる6スライスで表示したもの。 . . . . .	86

# 表目次

2.1.1 物理量の規格化一覧 .....	21
-----------------------	----

# 第1章

## 序論

### 1.1 太陽フレアの概要

#### 1.1.1 太陽フレアとは

太陽は周囲に存在する磁場によって様々な磁気活動現象を見せる。その代表的なものが太陽フレアである。太陽フレアとは、観測的には「局所的な多波長での増光現象」と定義される (e.g. Benz 2012) が、物理的には「磁気リコネクションによって太陽周囲の磁場エネルギーが光や熱、プラズマの運動エネルギーに変換される過程」と理解されている (e.g. Fletcher et al. 2011, Hudson 2011)。そのエネルギー解放量は典型的に  $10^{28} - 10^{32}$  erg (Shibata & Magara 2011) であり、太陽系で最大のエネルギー解放現象であるとされている。

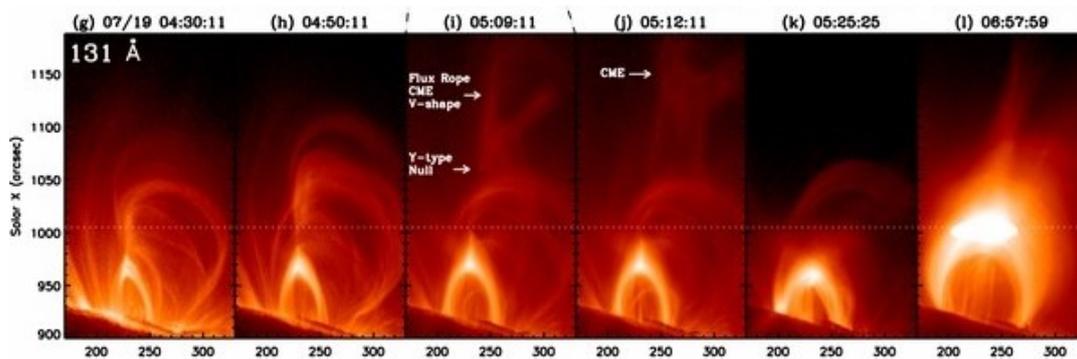


図 1.1.1 2012 年 7 月 19 日に発生した太陽フレア (M7.7) の様子 (Liu et al. 2013)。SDO/AIA の Fe VIII, XX, XXIII 線 (131Å) で撮影したもの。

太陽フレアの観測的な特性を簡単に述べる。図 1.1.1 に Solar Dynamics Observatory (SDO) の Atmospheric Imaging Assembly (AIA) が捉えた太陽フレアの様子を示す。太陽フレアが発生すると、急速な増光とともに「フレアープ」と呼ばれる明るいループ状の構造が形成される。フレアープの大きさは典型的に  $10^4 - 10^5$  km である。図 1.1.2 に様々な波長における太陽フレアのライトカーブのスケッチ図を示す。幅広い波長域で増光が見られるが、波長ごとに異なったライトカーブを見せることが分かる。太陽フレアの発達段階は 4 つの段階に分類できる。まず極端紫外線 (EUV) や軟 X 線の強度が徐々に増していく段階を preflare phase と呼び、約数分間持続する。軟 X 線をはじめ多くの波長で急激な増光が見られる段階を impulsive phase と呼び、フレアのサイズにもよるが数十秒から数分持続する。軟 X 線がピークに達した後も  $H\alpha$  線は 5 - 20 分ほど増光を続け、この段階を flash phase と呼ぶ。 $H\alpha$  線のピークが過ぎた後、数時間かけてフレアープが消滅してゆくが、この段階を decay phase と呼ぶ。

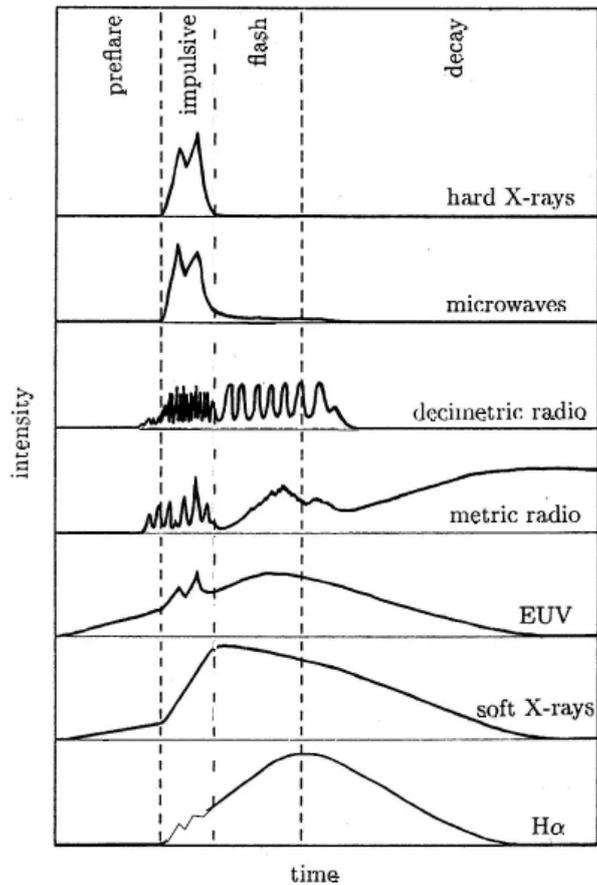


図 1.1.2 硬 X 線、マイクロ波、電波、極端紫外線、軟 X 線、 $H\alpha$  線における太陽フレアのライトカーブを表すスケッチ (Benz 2012)。

### 1.1.2 太陽フレアのモデル

現在、太陽フレアの機構は CSHKP モデル (Carmichael 1964, Sturrock 1966, Hirayama 1974, Kopp & Pneuman 1976) によって理解されている。図 1.1.3 はフレアループおよびその周辺の磁力線構造のスケッチである。

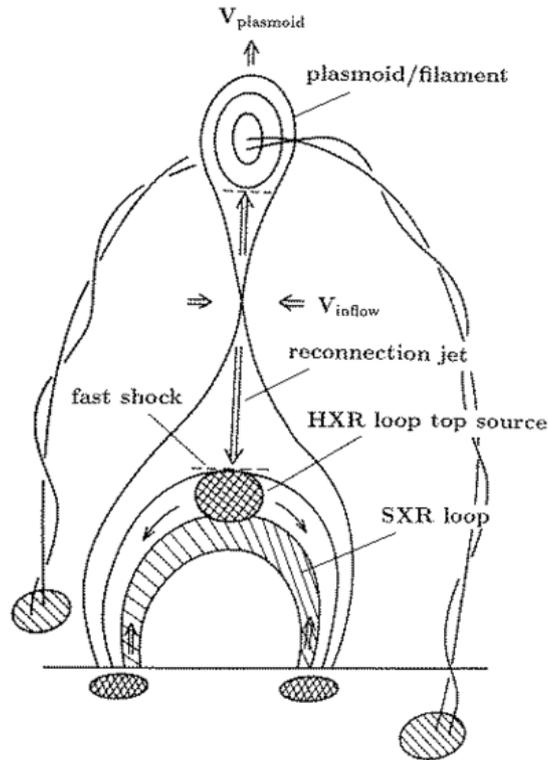


図 1.1.3 太陽フレアモデルの概観図 (Shibata et al. 1995, Shibata 1999)。図は CSHKP モデルを発展させた統一モデルと呼ばれるもの。

太陽コロナに互いに反平行な成分をもつ磁力線が形成されると、アンペールの法則  $\mathbf{J} = \frac{c}{4\pi} \nabla \times \mathbf{B}$  により磁力線に垂直な向きに電流が生じる。電流が生じるこの細長い領域を電流シートと呼ぶ。電流シート的一部分で何らかの要因（波動粒子相互作用など）で磁場の散逸が起こると、磁気リコネクションが発生する。磁気リコネクションが生じると、Alfvén 速度程度で図の鉛直上下方向にリコネクションアウトフローが生じる。上側に流れたアウトフローは磁気ロープとそれにまとまりつくプラズマを上空へ押し出し、一部は星間空間を脱出して Coronal Mass Ejection (CME) へと発展することがある。下側に流れたアウトフローは強い磁場に衝突しフレアループを形成する。リコネクションアウトフ

ローの運動エネルギーは衝撃波などを介して熱のエネルギーに変換され、これによりフレアループの温度は  $10^7$  K 程度まで上昇する。このため、フレアループは熱的な制動放射により軟 X 線を放射する。

## 1.2 Above-the-Loop-Top (ALT) 領域

### 1.2.1 Above-the-Loop-Top 領域とは

フレアループの上端に位置し、硬 X 線をわずかに放射する領域を Above-the-loop-Top (ALT) 領域、もしくはより簡単にループトップと呼ぶ (e.g. Masuda et al. 1994, Petrosian et al. 2002, Liu et al. 2013)。ALT 領域の大きさはフレアループ全体の大きさに比べ 100 分の 1 から 10 分の 1 と非常に小さい領域であるが、太陽フレアの研究上謎が多く、また注目されている領域である。

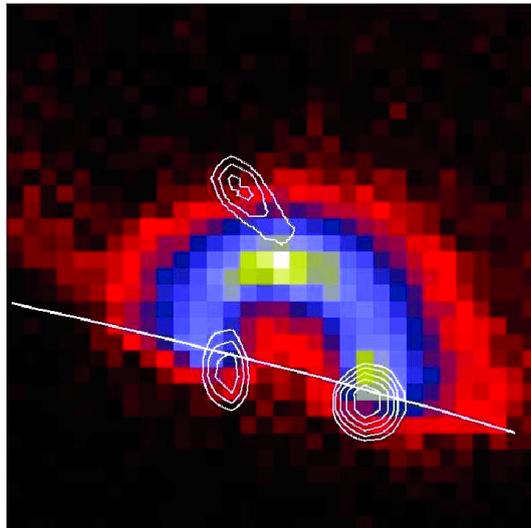


図 1.2.1 ようこう衛星により撮影されたフレアループ (Masuda et al. 1994)。カラーマップは軟 X 線の強度を基に計算された emission measure を表し、等高線は硬 X 線の強度を表す。

ALT 領域の謎の一つに、高エネルギー電子の生成にどう影響を与えているのかという問題がある。図 1.2.1 は太陽フレアからの硬 X 線放射のソース (等高線) を表す。太陽フレアにおいては、フレアループの足元 2 点および ALT 領域から硬 X 線放射が放射される (e.g. Holman et al. 2011) (ただし ALT 領域のソースは足元に比べて弱い)。一般的なフレアループの温度ではフレアループの熱的放射のみで上述の硬 X 線放射を説明すること

は難しいため、一部の非熱的な（＝熱分布の平均よりも十分大きなエネルギーをもつ）電子が硬 X 線の放射に関与していると考えられる。この高エネルギー電子はリコネクション領域や ALT 領域などで加速されたのち、フレアループの足元へ輸送されて硬 X 線の放射に至ると考えられるが、電子の加速・輸送メカニズムはよく分かっていない。

### 1.2.2 ALT 領域が電子加速に果たす役割

ALT 領域が電子の加速機構に大きく関与していることは観測から示唆されている。図 1.2.2 は Expanded Owens Valley Solar Array (EOVSA) によるマイクロ波観測の結果で、高エネルギー電子の分布について示している。特にパネル (e) に注目すると、ALT 領域が位置する高度で高エネルギー電子の密度が大きくなっていることが分かる。この結果から解釈できることは、電子が ALT 領域で加速されている、もしくは高エネルギー電子が ALT 領域によって閉じ込められているということである。

過去の理論・数値計算研究により、ALT 領域では電子の加速・閉じ込めが起きている可能性が指摘されている。ALT 領域ではリコネクションアウトフローがフレアループと衝突し食い込むことで傾斜した複数の衝撃波 (Multiple Termination Shocks) が生じることが二次元磁気流体 (MHD) シミュレーションにより指摘された (Takasao et al. 2015, Shen et al. 2018)。この衝撃波の波面を電子が何度も往復することで Diffusive shock acceleration (一次フェルミ加速) が起こる可能性がある (Tsuneta & Naito 1998, Nishizuka & Shibata 2013)。ALT 領域では磁気ミラーの効果により電子が閉じ込められ、その中で何度も衝撃波を介した加速が起これば、非熱的な電子による硬 X 線のソースができると考えられる (Somov & Kosugi 1997)。実際、二次元 MHD シミュレーションで得られた背景場の上で粒子の運動を Parker-Transport 方程式を解くことで調べた研究 (Kong et al. 2019, 2020, Li et al. 2022) では、電子が ALT 領域に閉じ込められ、電子がエネルギーを得ることに成功している。

### 1.2.3 ALT 振動

ALT 領域は小さい上に放射も弱いため、観測から ALT 領域の場所を特定することは一般に困難である。現在、ALT 領域の場所を特定するための鍵として「ALT 振動」が注目されている。ALT 振動とは、ALT 領域が数百秒程度の周期で水平方向に振動する運動のことで、二次元 MHD シミュレーションによって発見された (Takasao & Shibata 2016)。プラズモイドが噴射されるようなシミュレーションにおいても非対称な ALT 振動が生じ

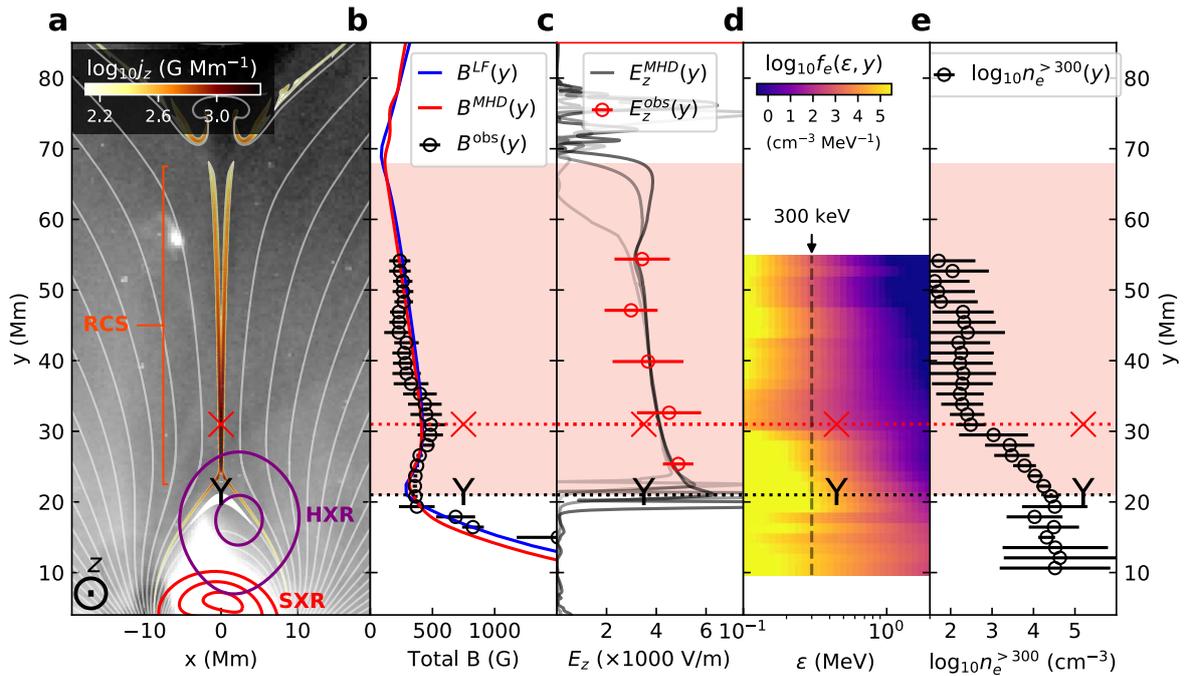


図 1.2.2 高エネルギー電子の数密度の分布 (Chen et al. 2020)。パネル (a) の背景の濃淡は SDO/AIA による 211Å 線の強度を表し、カラーマップは電流密度の大きさを表す。パネル中の”X”の地点はリコネクションポイントを表し、”Y”の点がフレアループの先端、つまり ALT 領域を表す。パネル (b),(c) はそれぞれ磁場・電場の強さを高度の関数で表したものである。パネル (d) は高度および電子のエネルギーに関する電子の数密度のマップである。パネル (e) は 300 keV 以上のエネルギーを持つ電子の数密度を高度の関数で表したものである。

ることが確認されている (Takahashi et al. 2017, Shen et al. 2018)。ALT 振動は観測からも示唆されている。図 1.2.3 はひので衛星の Interfac Region Imaging Spectrograph (IRIS) および the Extreme ultraviolet Imaging Spectrometer (EIS) による ALT 振動の観測結果を示す。パネル (b),(c) から分かるように、フレアループの先端で Doppler velocity が視線方向に対し正になったり負になったり周期的に変化している。フレアループの本体では振動が見られないので、これは ALT 領域の振動であると言える。逆にこのことは Doppler velocity が周期的に変化しているところを探せば ALT 領域の場所を特定できることを意味する。

ALT 振動はリコネクションアウトフローの反射流であるバックフローのラム圧と ALT 領域（正確には ALT 領域に形成される磁気音叉の角）の磁気圧によって駆動される運動である。図 1.2.4 に ALT 振動の機構の概要図を示す。ALT 領域の中心にはリコネクショ

アウトフローが絶えず注がれているが、その反射流としてバックフローが左右へ流れる。このバックフローのラム圧によって磁気音叉（後述）の角をなす磁力線が外側へ押される。このとき ALT 領域の外側で磁気圧が上昇する。磁気圧が十分に強くなると磁気圧勾配力が復元力となり、磁気音叉の角が内側へ押される。この繰り返しにより ALT 領域が振動する。このように ALT 振動では磁場が大きな役割を果たすため、ALT 振動の周期にはプラズマパラメータとの相関がある (Takasao & Shibata 2016)。そのため、ALT 振動の周期を調べることでプラズマ  $\beta$  などの ALT 領域の情報を引き出せる可能性がある。将来的に Multi-slit Solar Explorer (MUSE) 衛星による観測が期待される (Cheung et al. 2022)。

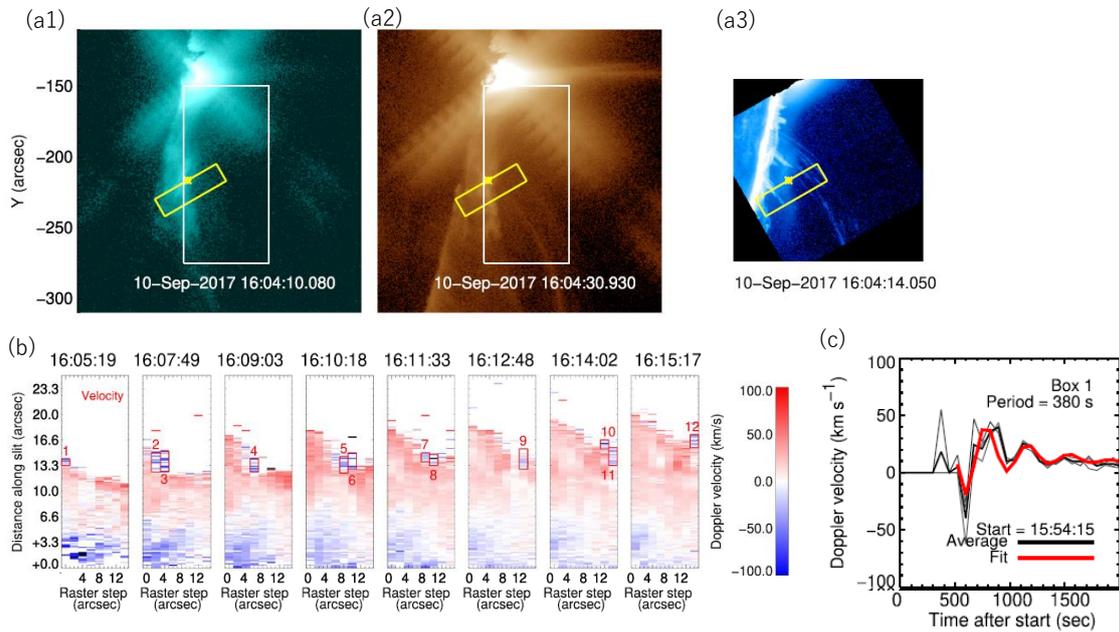


図 1.2.3 ひので衛星の IRIS および EIS による ALT 振動の観測 (Reeves et al. 2020)。パネル (a1),(a2),(a3) は観測に用いたフレアの画像を示し、それぞれ順に SDO/AIA の  $131 \text{ \AA}$ ,  $193 \text{ \AA}$  および IRIS の  $1330 \text{ \AA}$  による光の強度を表す。パネル (a1)-(a3) の黄色の四角における Doppler velocity の時間変化の様子をパネル (b) に示す。パネル (c) はパネル (b) の 1 番の赤い四角における Doppler velocity を時間の関数で表示した図である。

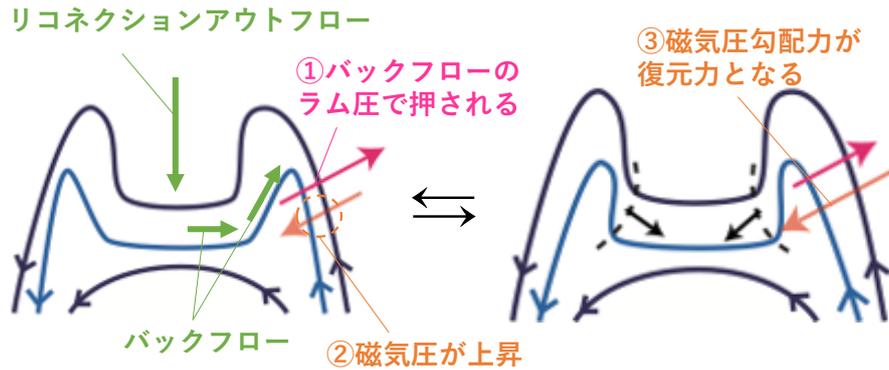


図 1.2.4 ALT 振動の機構を表す概要図 (Takasao & Shibata (2016) から一部図を借用)。

## 1.3 本研究のモチベーション

ALT 領域と電子加速の関係について調べるためには、まず ALT 領域の大域的な性質について理解を深めることが重要である。ALT 領域は観測によって空間分解して調べることができないこともあり、ALT 領域の大域的な性質・磁気流体的なふるまいについては十分に理解が進んでいるとは言い難い。

### 1.3.1 ALT 領域の乱流

ALT 領域の大域的な性質でまだ分かっていないこととして「乱流の生成機構」が挙げられる。ひので衛星の極端紫外線撮像分光観測により、ALT 領域には乱流が生じていることが明らかとなっている。図 1.3.1 は太陽フレアにおける Non-thermal broadening の大きさから推測した乱流速度の大きさを示している。ちょうどフレアループの先端、ALT 領域にて乱流速度が大きくなっている。これは ALT 領域に強い乱流が存在することを示唆する。この他にも撮像分光観測によって Non-thermal broadening が示された研究に Doschek et al. (2014), Warren et al. (2018), Reeves et al. (2020) がある。

ALT 領域の乱流は電子加速を理解する上で重要である。Kontar et al. (2017) は ALT 領域の乱流のエネルギーは非熱的な電子のエネルギーの生成を考える上で重要であると主張した。実際、乱流の運動エネルギーが小さいスケールにエネルギーを与え、非熱的な電子のエネルギーに変換されていることも考えられる (Petrosian et al. 2006, Petrosian 2012)。また、二次元 MHD+focused transport 方程式を用いた数値研究では、乱流による pitch-angle scattering の効果が電子の加速プロセスに影響を与え、乱流効果の有無で

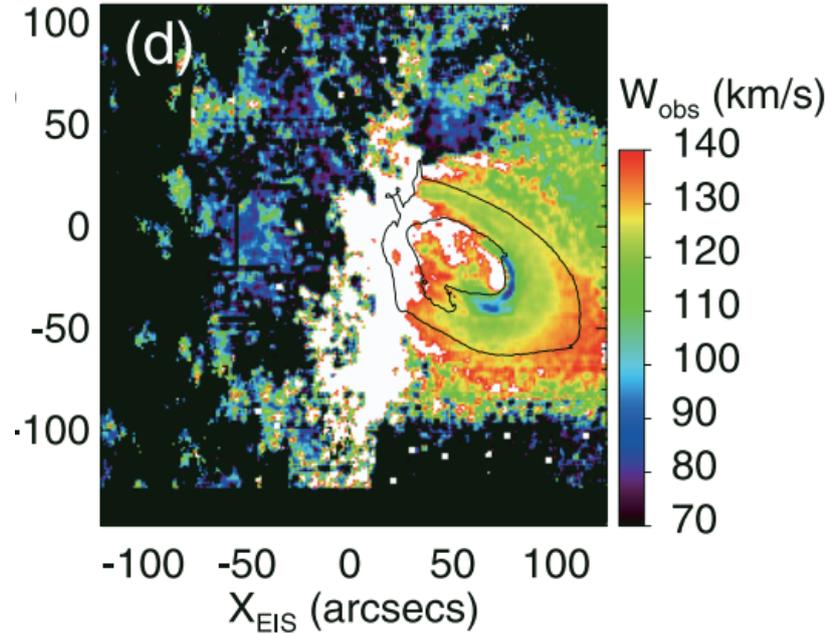


図 1.3.1 Non-thermal broadening から推測した乱流速度の大きさの分布 (Hara et al. 2008)。

電子のエネルギースペクトルが大きく異なるという結果を示した (Li et al. 2022)。

このように ALT 領域の乱流は電子加速を理解する上で重要であるが、この乱流の MHD スケールの性質はよく理解されていない。特にどこから乱流が生じるか、どのような物理的機構が乱流を生み出すのかといった基本的な問いにまだ答えられていない。乱流が電子加速に与える影響を議論するための土台を作るためにも、まずは乱流に関するこれらの疑問に答えることは重要であろう。

また乱流が電子加速に影響し得る場所で広がるかどうかも重要な確認事項である。過去の 3D シミュレーション (Shen et al. 2022) では、終端衝撃波のすぐ下の領域で不安定性が生じ、乱流的な流れが生じたと報告している。もし乱流が衝撃波の下だけで広がり、ALT 領域全域に広がらなかった場合、乱流は電子加速にはそれほど影響を与えないと考えられる。しかし、もし乱流が ALT 領域全域に広がる場合、乱流は電子加速に大きく影響を与える可能性がある。この点もきちんと確認しておきたい。

### 1.3.2 本研究で取り組んだこと

我々は ALT 領域における乱流の起源を調べるため、三次元の MHD シミュレーションを実施した (三次元との比較用に二次元のシミュレーションも実施した)。太陽フレアに

においては熱伝導の効果が無視できないが、熱伝導を含む計算は高い時間分解能が求められるため、計算コストが大きくなることが多い。そこで本修士論文の研究においては、いきなり熱伝導を含むシミュレーションを行うのではなく、まず熱伝導を含まないシミュレーションを計算・解析しながら、同時並行で計算コストが比較的抑えられる双極型の熱伝導計算モジュールを開発した。双極型熱伝導モジュールの開発が終わった後、熱伝導を含むフレアのシミュレーションを実施した。我々はさらに ALT 領域の乱流が電子の軌道にどう影響を与えるかを調べることを目指し、guiding-center 近似法を用いた粒子軌道計算コードを開発した。

熱伝導のないシミュレーションの手法と結果については第二章で、熱伝導を含むシミュレーションの手法と結果については第三章で述べる。第四章で磁気流体計算パートのまとめをした後、第五章にて展望として粒子計算コードの開発について述べる。

## 第2章

# 磁気流体計算（熱伝導なし）

我々はまず ALT 領域の MHD スケールのダイナミクスを理解するため、二次元および三次元の MHD シミュレーションを行った。本章では熱伝導を含まないシミュレーションの手法および結果について述べる。なお、本章の研究成果は Shibata et al. (2022) にて公開されている。

### 2.1 手法

#### 2.1.1 基礎方程式

本シミュレーションにおいては以下の方程式系を解いた。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot \left[ \rho \mathbf{v} \mathbf{v} + \left( p + \frac{B^2}{8\pi} \right) \mathbf{I} - \frac{\mathbf{B}\mathbf{B}}{4\pi} \right] = 0, \quad (2.1.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + c \nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad (2.1.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{B^2}{8\pi} \right) + \nabla \cdot \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} p \mathbf{v} + \frac{1}{2} \rho v^2 \mathbf{v} + \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \right) = 0, \quad (2.1.4)$$

$$\mathbf{E} = \eta \mathbf{J} - \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (2.1.5)$$

$$\mathbf{J} = \frac{c}{4\pi} \nabla \times \mathbf{B}, \quad (2.1.6)$$

$$p = \frac{\rho R T}{\mu}. \quad (2.1.7)$$

ここで  $\rho, p, v$  はそれぞれプラズマの密度、圧力、速度を表す。 $\mathbf{E}, \mathbf{B}$  はそれぞれ電場、磁場である。 $\mathbf{J}$  は電流密度、 $\eta$  は磁気拡散係数である。 $\gamma = 5/3$  は比熱比である。 $R, \mu, T$  はそれぞれ気体定数、平均分子量、温度を表す。 $\mathbf{I}$  は単位行列である。簡単のため、本シミュレーションでは重力や放射冷却の効果は含まない。計算には公開コードである Athena++ (Stone et al. 2020) を用いた。計算に用いたスキームは Riemann Solver の一種である Harten-Lax-van Leer Discontinuities(HLLD) 法 (Miyoshi & Kusano 2005) を用いた。Reconstruction には piece-wise parabolic method (PPM) を使用し、時間積分には三次ルンゲクッタ法を用いた。磁場の時間発展には Constrained Transport(CT) 法 (Stone & Gardiner 2009) を用いた。

本シミュレーションでは、表 2.1.1 の通りに物理量を規格化した上で計算を行った。以下、シミュレーションの設定の説明の際には表 2.1.1 の記号を用いることとする。

表 2.1.1 物理量の規格化一覧

物理量	規格値	値
長さ	$L_0$	3,000 [km]
質量密度	$\rho_0$	$1.6 \times 10^{-15}$ [g cm <sup>-3</sup> ]
温度	$T_0$	$2.0 \times 10^6$ [K]
速さ	$c_{\text{iso},0} = \sqrt{\frac{RT_0}{\mu}}$	170 [km s <sup>-1</sup> ]
時間	$t_0 = L_0/c_{\text{iso},0}$	17.6 [s]
圧力	$p_0 = \rho_0 c_{\text{iso},0}^2$	0.47 [erg cm <sup>-3</sup> ]
磁束密度	$B_0 = \sqrt{4\pi\rho_0}c_{\text{iso},0}$	2.4 [G]

## 2.1.2 初期条件・境界条件

シミュレーションの設定の三次元的な概略図を図 2.1.2 に示す。シミュレーションの設定には過去の研究である Takasao et al. (2015) を参考にした。計算領域は  $-7.5L_0 \leq x \leq 7.5L_0$ ,  $0 \leq y \leq 20L_0$ ,  $-0.75L_0 \leq z \leq 0.75L_0$  である。 $x, y$  方向の境界には反射境界条件、 $z$  方向の境界には周期境界条件を課している。メッシュの数は  $900 \times 1,200 \times 90$  であり、メッシュサイズは  $(50 \text{ km})^3$  である。

初期の密度構造は

$$\rho(x, y, z) = \rho_{\text{chr}} + (\rho_{\text{cor}} - \rho_{\text{chr}}) \times \frac{1}{2} \left( \tanh \left[ \frac{y - h_{\text{TR}}}{w_{\text{TR}}} \right] + 1 \right), \quad (2.1.8)$$

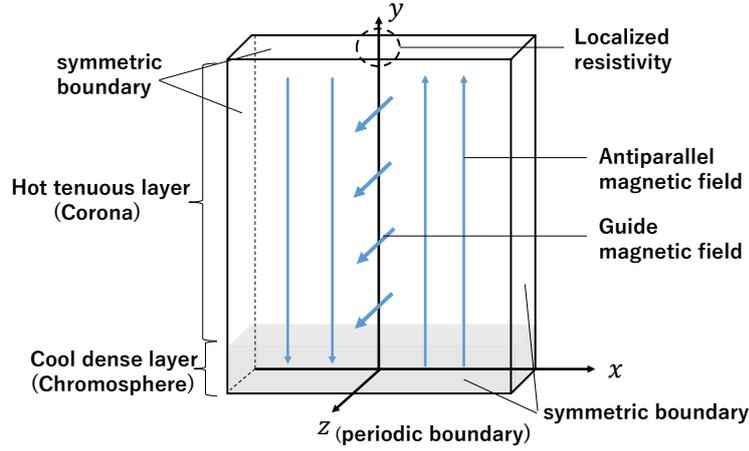


図 2.1.1 3次元 MHD シミュレーションの初期条件・境界条件に関する概略図

で与える。ここで  $\rho_{\text{chr}} = 1.6 \times 10^{-10} \text{ g cm}^{-3}$ ,  $\rho_{\text{cor}} = 1.6 \times 10^{-15} \text{ g cm}^{-3}$  である。 $h_{\text{TR}}, w_{\text{TR}}$  はそれぞれ遷移層の位置、厚みを表し、値はそれぞれ  $1.0L_0, 0.2L_0$  である。初期の圧力は一様に  $p_0$  である。

磁場の初期条件は、以下の force-free field にしている。

$$B_x(x, y, z) = 0, \quad (2.1.9)$$

$$B_y(x, y, z) = B \tanh(x/w), \quad (2.1.10)$$

$$B_z(x, y, z) = B / \cosh(x/w), \quad (2.1.11)$$

ここで  $B = 3.92B_0$  で、初期のプラズマ  $\beta$  は一様に 0.13 である。また  $w = 0.5L_0$  である。

磁気リコネクションを起こすため、局所的な電気抵抗を

$$\eta(x, y, z) = \eta_0 \exp \left[ - \left( \frac{\sqrt{x^2 + (y - h_\eta)^2}}{w_\eta} \right)^2 \right], \quad (2.1.12)$$

により与えた。 $h_\eta, w_\eta, \eta_0$  の値はそれぞれ  $20L_0, 1.0L_0, 0.01L_0^2/t_0$  である。

## 2.2 結果

### 2.2.1 ALT 領域の三次元的構造

シミュレーションの概観を伝えるために、時刻 660 s におけるスナップショットを図 2.2.1 に示す。パネル (a) は計算領域全体の密度および磁力線を表す。磁気リコネクショ

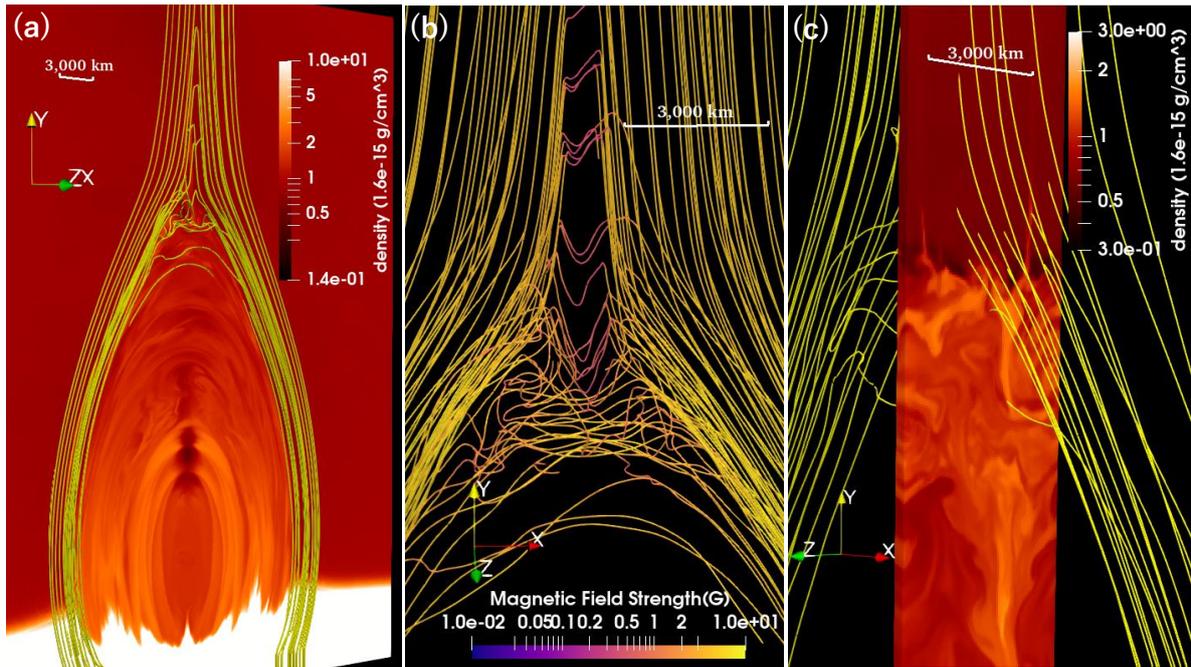


図 2.2.1 時刻  $t = 660$  s におけるシミュレーションの 3 次元スナップショット。パネル (a) はフレアループ全体の様子で、背景色は質量密度、黄色線は磁力線を示す。パネル (b) は ALT 領域周辺の磁力線の構造と磁場の強さ（線の色）を表す。パネル (c) は、フレアループを平面  $x = 0.43L_0$  で切った断面における密度と磁力線を示している。

に伴うアウトフローが太陽表面に降り積もった結果、フレアループと呼ばれる構造を形成する。本シミュレーションで形成されたフレアループは約 4 万から 5 万 km 程度のサイズであり、実際の太陽では中程度のフレアに相当する。パネル (b) は ALT 領域を拡大した磁力線の様子である。磁力線の色は磁束密度の大きさを表す。三次元における磁力線の構造は単純ではなく、このように複雑に入り乱れている。パネル (c) はフレアループを平面  $x = 0.43L_0$  で切ったスライス面の密度と磁力線を表す。初期条件では  $z$  方向に一様であったとしても、時間が経てば  $z$  方向にも密度のゆらぎが生じることが分かる。

続いて、ALT 領域における衝撃波の構造について述べる。図 (2.2.2) に ALT 領域に形成される終端衝撃波 (Termination shocks) の様子を示す。パネル (a) は平面  $z = 0$  における圧力構造を表す。パネル (b) は速度の発散をメッシュサイズ  $\Delta x$  とローカルな音速  $c_s$  で無次元化した量を表す。この量がマイナスになっている領域（青色の領域）が衝撃波が形成されている箇所である。パネル (a), (b) に描かれている矢印は終端衝撃波の場所を示す。パネル (c) はパネル (b) と同じく無次元化した速度の発散であるが、それを平面  $x = 0$  から見たものである。パネル (d) は ALT 領域の三次元的な構造を示した図で、背

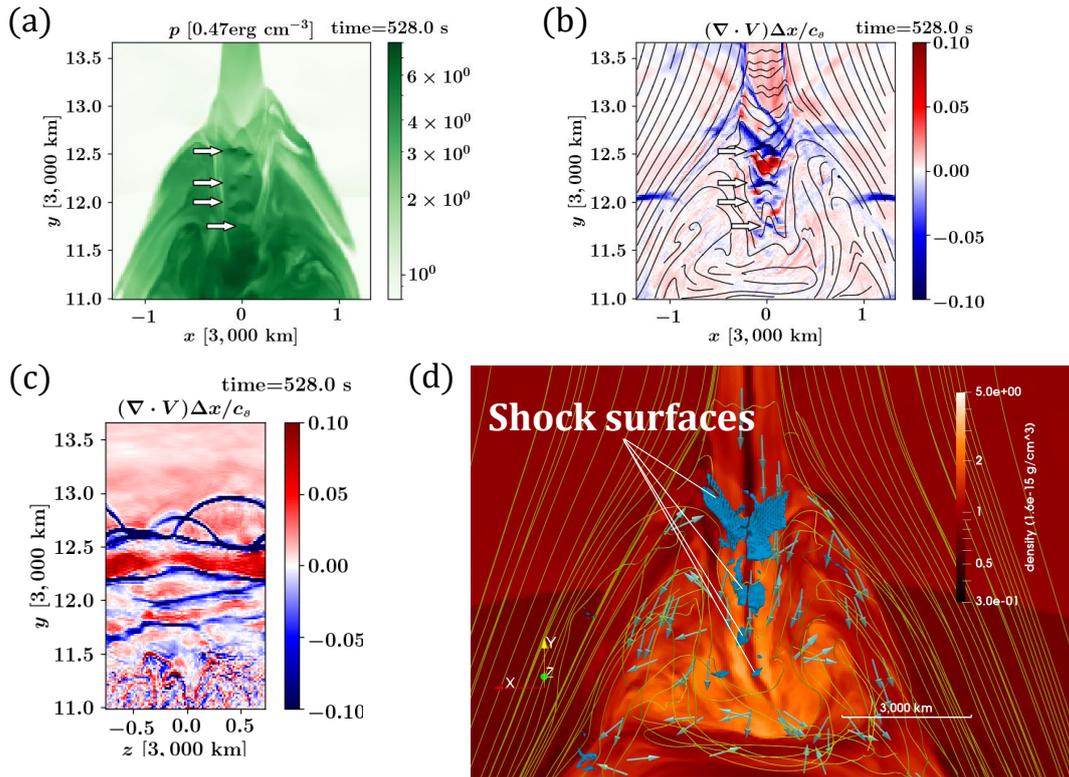


図 2.2.2 ALT 領域周辺の衝撃波構造。パネル (a) は  $xy$  平面 ( $z = 0$ ) における圧力分布を示す。パネル (b) は、 $xy$  平面 ( $z = 0$ ) における音速  $c_s$  とメッシュサイズ  $\Delta x$  で規格化した速度の発散  $\nabla \cdot \mathbf{v}$  を示す。実線は  $xy$  平面に射影された磁力線を示す。パネル (a) と (b) における矢印は終端衝撃波の波面の位置を示している。パネル (c) は (b) と同様に規格化した速度の発散であるが  $yz$  平面 ( $x = 0$ ) から見た図である。パネル (d) は衝撃波面の 3 次元構造を示す。背景色は  $z = 0$  における質量密度を示し、矢印は速度ベクトルの向きを示す (矢印の長さは速度の大きさを表さないので注意)。黄色線は磁力線である。いずれの図も時刻は  $t = 528$  s である。

景色は密度、黄色い線は磁力線、水色の矢印は速度場を表す。図の青い領域は規格化した速度の発散  $(\nabla \cdot \mathbf{v}) \Delta x / c_s$  が  $-0.25$  を下回る領域に色をつけたものであり、衝撃波の波面を表すと考えてよい。2次元シミュレーション (e.g. Takasao et al. 2015) と同様、3次元シミュレーションにおいても ALT 領域に複数の終端衝撃波が形成された。衝撃波面は奥行方向には一様ではなく、傾斜があったり歪曲したりと複雑な形状が見られることが分かった。

ここでこれまでの描像をまとめるとともに、用語を定義しておきたい。図 2.2.3 は乱流を無視した ALT 領域の構造を表すスケッチである。図 2.2.1 のパネル (b) や図 2.2.2 の

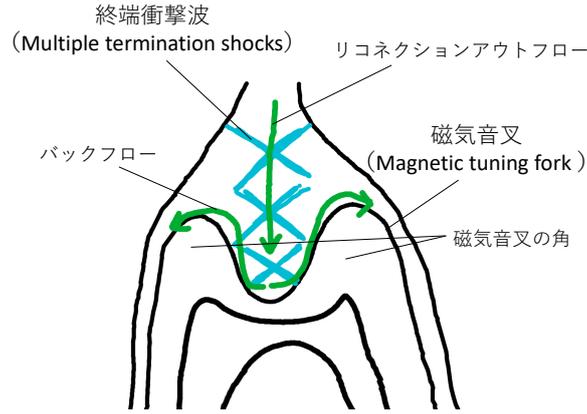


図 2.2.3 ALT 領域の様子を表す概観図。黒線は磁力線を表す。

パネル (b),(d) で見られるように、ALT 領域には真ん中が凹んだ磁力線構造が見られる。以下、この構造を「磁気音叉」(Magnetic tuning fork) と呼ぶことにする。磁気音叉の両サイドの出っ張った構造を磁気音叉の「角」と呼ぶことにする。図 2.2.2 で見た衝撃波面は、この磁気音叉の二本の角の間およびその上部にわたって存在する。また図 2.2.2(d) において、リコネクションアウトフローが磁気音叉の中央窪みに衝突した後に反射流が磁気音叉の角に沿って流れているが、この反射流をバックフローと呼ぶ。

## 2.2.2 ALT 振動

イントロダクションにて述べた通り、ALT 領域は水平方向に振動することが過去の 2D シミュレーション (Takasao & Shibata 2016) および観測 (Reeves et al. 2020) から示唆されている。我々は 3D シミュレーションにおいても ALT の振動が存在することを示すために、以下の解析を行った。

ALT 振動の解析について説明する前に、まず ALT 領域の定義について説明する。 $y$  方向のメッシュサイズ  $\Delta y$  およびローカルな圧力  $p$  で規格化した速度勾配および圧力を

$$Dv_y \equiv \left| \frac{dv_y}{dy} \right| \frac{\Delta y}{c_s} \quad (2.2.1)$$

$$Dp \equiv \left| \frac{dp}{dy} \right| \frac{\Delta y}{p}, \quad (2.2.2)$$

と定義する。ここで、 $Dv_y \cdot Dp > D_c^2$  を満たすような点の中で最大の  $y$  座標をもつ点の  $y$  座標の値を ALT 領域の最上部  $y_{\text{top}}(t)$  と定義する。数値的な試行錯誤の結果、 $D_c = 0.1$  であればきれいに ALT 領域を追跡できることを確かめたので、本研究では  $D_c = 0.1$  と

した。また ALT 領域の最下部は  $y_{\text{btm}}(t) = y_{\text{top}}(t) - 1.5L_0$  と定義する。  $1.5L_0$  という値は、リコネクションアウトフローの反射流であるバックフローが ALT 領域に含まれるように定めた。ここで時刻  $t$  における ALT 領域を  $y_{\text{btm}}(t) \leq y(t) \leq y_{\text{top}}(t)$  を満たす領域と定義する。図 2.2.4 のパネル (a) に時刻  $t = 642.4$  s における  $y_{\text{top}}$  (実線) と  $y_{\text{btm}}$  (破線) の位置を示す。

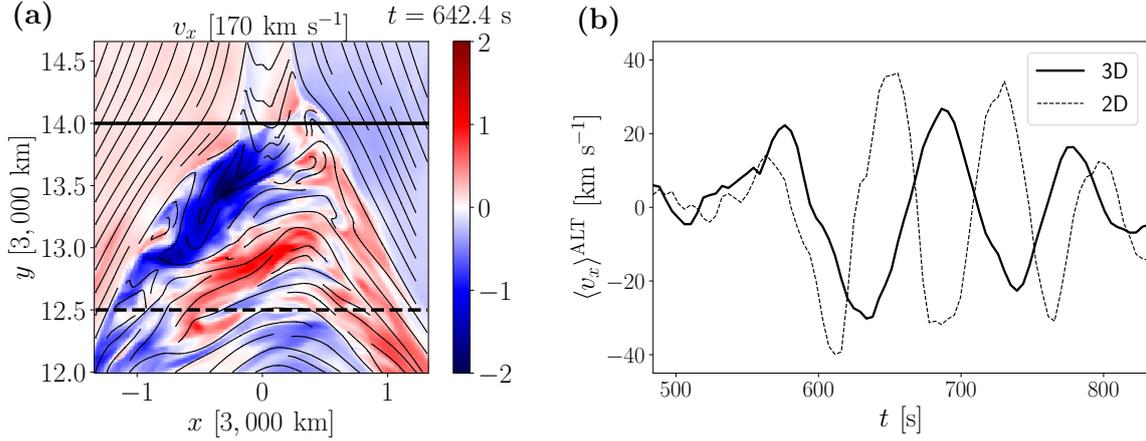


図 2.2.4 パネル (a) は  $t = 642.4$  s における ALT 領域周辺の水平方向の速度  $v_x$  の空間分布である。実線と破線はそれぞれ  $y_{\text{top}}$  と  $y_{\text{btm}}$  を示している。黒線は平面に投影された磁力線を表す。パネル (b) は水平速度を密度で重み付けした空間平均  $\langle v_x \rangle^{\text{ALT}}(t)$  の時間発展である。実線と破線はそれぞれ 3 次元および 2 次元モデルにおける結果を示す。

次に ALT 領域を追跡した上で、密度で重み付けをした水平速度の空間平均  $\langle v_x \rangle^{\text{ALT}}(t)$  を以下のように求めた。

$$\langle v_x \rangle^z(t, x, y) \equiv \frac{1}{L_z} \int_{-L_z/2}^{L_z/2} v_x(t, x, y, z) dz, \quad (2.2.3)$$

$$\langle \rho \rangle^z(t, x, y) \equiv \frac{1}{L_z} \int_{-L_z/2}^{L_z/2} \rho(t, x, y, z) dz, \quad (2.2.4)$$

$$\langle v_x \rangle^{xz}(t, y) \equiv \frac{\int_{x_{\text{ALT,L}}}^{x_{\text{ALT,R}}} \langle \rho \rangle^z(t, x, y)^2 \langle v_x \rangle^z(t, x, y) dx}{\int_{x_{\text{ALT,L}}}^{x_{\text{ALT,R}}} \langle \rho \rangle^z(t, x, y)^2 dx}, \quad (2.2.5)$$

ここで  $L_z = 1.5L_0$  ( $z$  方向の計算領域の長さ),  $x_{\text{ALT,L}} = -2.0L_0$ ,  $x_{\text{ALT,R}} = 2.0L_0$  である。 $x$  方向だけ密度の二乗で重み付けした理由は、 $x$  方向を視線方向とする観測をした際にその emission measure と比較しやすくするためである。これを ALT 領域

$y_{\text{btm}}(t) \leq y(t) \leq y_{\text{top}}(t)$  で平均化して

$$\langle v_x \rangle^{\text{ALT}}(t) = \frac{1}{y_{\text{top}}(t) - y_{\text{btm}}(t)} \int_{y_{\text{btm}}}^{y_{\text{top}}} \langle v_x \rangle^{xz}(t, y) dy. \quad (2.2.6)$$

を得る。

振動が存在することを示すために、 $\langle v_x \rangle^{\text{ALT}}(t)$  の時間変化について調べた。図 2.2.4 のパネル (b) に結果を示す。図中の実線は 3D シミュレーションの結果であり、破線は 2D シミュレーションの結果を表す。3D シミュレーションにおいても 2D と同様、ALT 振動が存在することが示された。典型的な周期はおよそ 100 s であった。3D シミュレーションでは 2D に比べ振動の振幅がやや小さく、周期もやや長くなっている。これは乱流によってバックフローのコヒーレントな速度成分の運動エネルギーが小さくなるため、バックフローが磁気音叉を押し力が弱まり、振動のエネルギーが小さくなるためだと考えられる。

### 2.2.3 乱流の発生とその起源

本シミュレーションにおいて乱流が生じる様子を図 2.2.5 に示す。パネル (a) は時刻  $t = 440.0$  s におけるフレアープ全体の密度分布および磁力線を表す。パネル (a) の黒枠で囲った領域のプラズマ  $\beta$  の時間発展をパネル (b-1) から (b-4) に示す。

時刻  $t = 440.0$  s の時点ではまだ乱流が生じておらず、磁気音叉の構造がはっきり見えている。時刻  $t = 484.0$  s になると磁気音叉の角にあたる部分からプラズマ  $\beta$  の分布が乱流的になり始めた。乱流が生じ始めると数十秒のタイムスケールで ALT 領域全体が乱流に覆われた。乱流は ALT 領域の一部だけで広がるのではなく、ALT 領域全域に広がることが分かった。本シミュレーションではプラズモイドを生じるような乱流的な磁気リコネクションは起きていないので、この乱流は磁気リコネクション由来ではなく、ALT 領域から生じたものである。

磁気音叉の角から乱流が生じた原因として、考えられる要因が二つある。一つは圧力駆動不安定性である。図 2.2.6 のパネル (a) の矢印で示したように、ALT 領域には複数の磁力線の曲率が大きい箇所が存在する。特に磁力線のカーブの内側の方が高圧である領域、つまり曲率ベクトル  $\kappa = (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} / |\mathbf{B}|^2$  を用いて

$$\kappa \cdot \nabla p > 0 \quad (2.2.7)$$

が成立する領域のことを bad curvature と呼ぶ。この bad curvature はエネルギー原理 (e.g. Freidberg 2014) により無条件で不安定な構造である。図 2.2.6 のパネル (a) の矢印

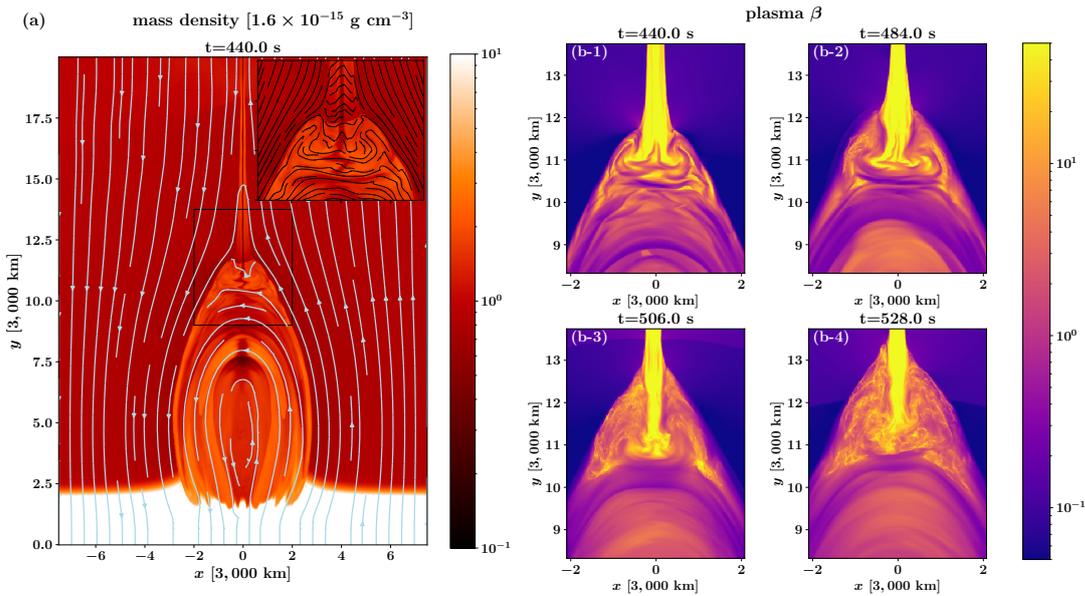


図 2.2.5 ALT 領域周辺の乱流の発達。パネル (a) は  $xy$  平面 ( $z = 0$ ) に投影された磁力線および密度の空間分布を表す。パネル (b-1)~(b-4) は異なる時刻における ALT 領域周辺のプラズマ  $\beta$  の分布を表す。ボックスの大きさはパネル (a) の黒四角で示されている。

で示した位置は全て bad curvature である。実際に bad curvature で不安定性が生じていることを確かめるために、我々は bad curvature の位置で  $yz$  スライス面を調べた。図 2.2.6 のパネル (d) は、パネル (a) の白線で切り取った  $yz$  スライスにおける圧力分布を表す。時刻  $t = 470.8$  s では磁気音叉の角の頭部が、時刻  $t = 484.0$  s では磁気音叉の底部が不安定化し始めている。前者の方がやや早く不安定化する理由は、前者の方が磁力線の曲率が大きくより不安定化しやすい構造であるためだと考えられる。

もう一方の要因は遠心力駆動の Rayleigh-Taylor 不安定性である。ALT 領域では、リコネクションアウトフローの反射流であるバックフローが磁気音叉の角を沿うようにして流れている。このため磁力線の曲率の大きいところでは、プラズマの素片による遠心力が強くなる。図 2.2.6 のパネル (b)(c) はプラズマの速度の磁力線に沿った速度  $v_{\parallel}$  の絶対値およびローカルな音速  $c_s$  で規格化した値の分布を表す。白い矢印は磁力線の曲率が大きく遠心力が強くなる可能性がある場所である。矢印で示した領域では磁力線に沿ったプラズマの速度が音速と同程度に達しうる。このため、このプラズマ流の遠心力が Rayleigh-taylor 不安定性を引き起こすことが十分考えられる。

不安定性の成長率について見積もってみる。まず、圧力駆動不安定性の成長率はエネルギー

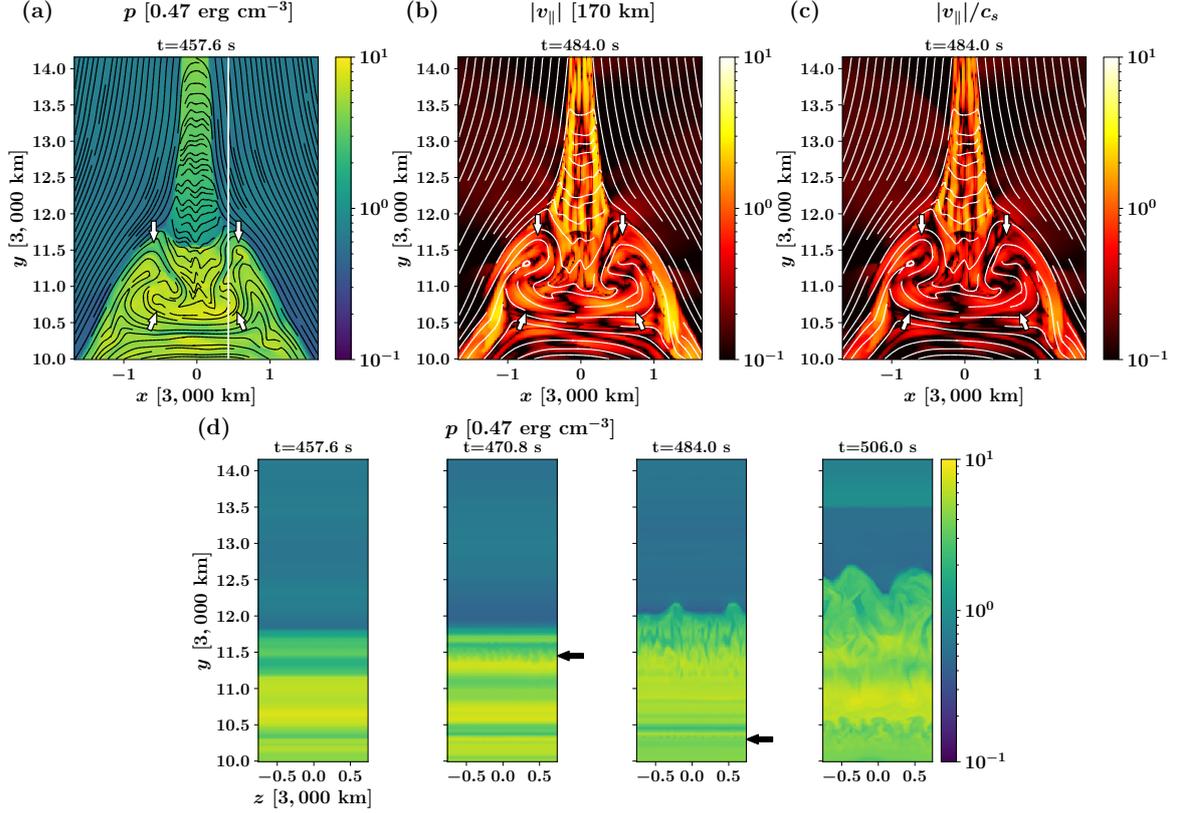


図 2.2.6 パネル (a) は ALT 領域における圧力の分布および磁力線を表す。4 つの白い矢印は bad curvatures の位置を表す。パネル (b) は磁力線に沿った速度の大きさ  $v_{\parallel} = |\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}|/|\mathbf{B}|$  を表す。パネル (c) は音速  $c_s$  で規格化した  $v_{\parallel}$  を表す。パネル (d) はパネル (a) の白線で切った  $yz$  断面における圧力分布を表し、bad curvature において Interchange モードの不安定性が発達する様子を表す。黒い矢印は不安定性が始まる位置を表す。

ギー原理 (e.g. Freidberg 2014) により

$$\gamma_{\text{grow,p}} \sim \frac{c_{s,\text{ALT}}}{\sqrt{L_p R_c}} \quad (2.2.8)$$

と見積もることができる。ここで  $c_{s,\text{ALT}}$  は ALT 領域における音速、 $L_p = p/\nabla p$  は圧力勾配スケール、 $R_c$  は bad curvature の曲率半径を表す。また Rayleigh-Taylor 不安定性の成長率は

$$\gamma_{\text{grow,c}} \sim \sqrt{\frac{g_{\text{eff}}}{R_c}} \approx \frac{v_{\text{para}}}{R_c} \quad (2.2.9)$$

である。これらの不安定性の複合により、ALT 領域の不安定性成長率は

$$\gamma_{\text{grow}} \sim \max(\gamma_{\text{grow,p}}, \gamma_c) = \max\left(\frac{c_{\text{s,ALT}}}{\sqrt{L_p R_c}}, \frac{v_{\text{para}}}{R_c}\right) \quad (2.2.10)$$

と表せる。ここで  $c_{\text{s,ALT}} \approx v_{\text{para}}$ ,  $L_p \approx R_c$  を仮定するならば

$$\gamma_{\text{grow}} \approx c_{\text{s,ALT}}/R_c \quad (2.2.11)$$

である。本シミュレーションにおいては  $c_{\text{s,ALT}} \approx 500 \text{ km s}^{-1}$ ,  $R_c \approx 1,500 \text{ km}$  程度であるから、成長率は  $\gamma_{\text{grow}} \approx 0.33 \text{ s}^{-1}$  である。不安定性が成長するタイムスケールは  $\gamma_{\text{grow}}^{-1} \approx 3 \text{ s}$  程度であり、これは図 2.2.6 のパネル (d) の不安定性発展の様子と照らし合わせても妥当な値であると言える。

## 2.2.4 不安定性のフーリエ解析

どの領域・どの波数で不安定性が特に強く進行するかを定量的に調べるため、密度のゆらぎに関してフーリエ解析を行った。ここで、圧力駆動不安定性は波数ベクトルが磁力線に垂直なモードも平行なモードも両方存在するが、小さいスケールでは垂直なモードが大きく寄与するため、ここでは磁力線に垂直な波数ベクトルの不安定性について議論する。まず  $z$  方向に平均化した密度  $\langle \rho \rangle^z(x, y, t)$  を計算し、密度のゆらぎを

$$f(x, y, z, t) = \frac{\rho(x, y, z, t) - \langle \rho \rangle^z(x, y, t)}{\langle \rho \rangle^z(x, y, t)} \quad (2.2.12)$$

とする。ここで、変数  $z$  に関してフーリエ変換

$$\tilde{f}(x, y, k, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z, t) e^{-ikz} dz \quad (2.2.13)$$

を行う。このフーリエ変換した関数  $\tilde{f}(x, y, k, t)$  の二乗  $|\tilde{f}(x, y, k, t)|^2$  をゆらぎのパワーと定義する。時刻  $t = 484.0 \text{ s}$ , 波数  $k = 1.12 \text{ [cell size}^{-1}]$  におけるゆらぎのパワースペクトルを図 2.2.7 に示した。ゆらぎのパワースペクトルは磁気音叉の角の領域で強くなっていることが分かる。これは、磁気音叉の角の領域では磁力線の曲率が大きく、先述の圧力駆動不安定性や遠心力駆動の Rayleigh-taylor 不安定性が起りやすいためである。

また、磁気音叉の角において最もパワースペクトルが大きくなる波数は  $k = 1.12 \text{ [cell size}^{-1}]$  であった。これは波長にすると  $\lambda = 2\pi/k \sim 5.6 \text{ [cell size]}$  となり、数メッシュ分の大きさとなる。圧力駆動不安定性や Rayleigh-taylor 不安定性は小さい波長スケールほど成長率が大きくなるが、数値シミュレーションではメッシュサイズ以下の領域を空間分解できないため、数値粘性等を考慮し数メッシュ分の波長スケールで最もパワースペクトルが大きくなると考えられる。

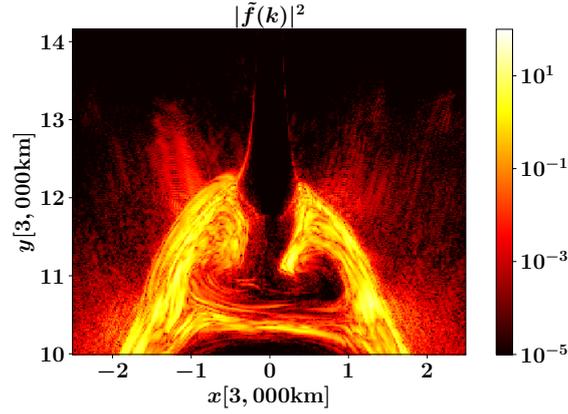


図 2.2.7 密度のゆらぎのフーリエパワーの空間分布。波数は  $k = 1.12 [\text{cell size}^{-1}] (\lambda = 5.6 [\text{cell size}])$  である。図の時刻は  $t = 484 \text{ s}$  である。

### 2.2.5 乱流のエネルギー密度

我々は乱流のエネルギーの強さを調べるため、速度の乱流成分  $\delta v^2$  を以下のように計算した。

$$\begin{aligned} \delta v(t, x, y, z)^2 &= (v_x(t, x, y, z) - \langle v_x \rangle(t, x, y))^2 \\ &\quad + (v_y(t, x, y, z) - \langle v_y \rangle(t, x, y))^2 \\ &\quad + (v_z(t, x, y, z) - \langle v_z \rangle(t, x, y, z))^2 \end{aligned} \quad (2.2.14)$$

また、磁場の乱流エネルギーについても以下のように計算した。

$$\begin{aligned} \delta B(t, x, y, z)^2 &= (B_x(t, x, y, z) - \langle B_x \rangle(t, x, y))^2 \\ &\quad + (B_y(t, x, y, z) - \langle B_y \rangle(t, x, y))^2 \\ &\quad + (B_z(t, x, y, z) - \langle B_z \rangle(t, x, y))^2, \end{aligned} \quad (2.2.15)$$

ここで、物理量  $a$  の  $z$  方向の平均  $\langle a \rangle$  は以下で与えられる。

$$\langle a \rangle(t, x, y) = \frac{1}{L_z} \int_{-L_z/2}^{L_z/2} a(t, x, y, z) dz. \quad (2.2.16)$$

図 2.2.8 のパネル (a),(b),(c),(d) に時刻  $t = 704 \text{ s}$  におけるコヒーレントな運動エネルギー密度、乱流の運動エネルギー密度、コヒーレントな磁場のエネルギー密度、乱流の磁場のエネルギー密度をそれぞれ示す。コヒーレントな運動エネルギー密度はリコネクションアウトフローが降り注いでいる領域だけ特に大きい。乱流の運動エネルギー密度は

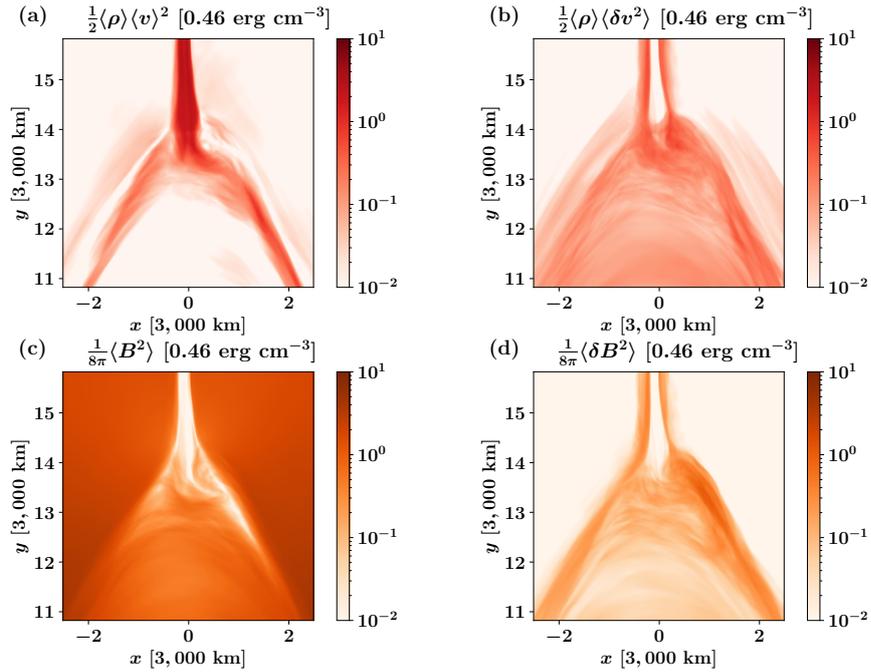


図 2.2.8 時刻  $t = 704$  s における運動・磁場エネルギー密度 ( $z$  方向の平均値) の分布。パネル (a) および (b) はそれぞれコヒーレントな運動エネルギーおよび乱流のエネルギーを表す。パネル (c) および (d) はコヒーレントな磁場エネルギーおよび乱流の磁場エネルギーを表す。

ALT 領域に満遍なく大きさがある。磁場エネルギー密度について言えば、コヒーレントな成分は ALT 領域ではさほど大きくないのに対し、乱流成分は ALT 領域で大きくなっており、特に磁気音叉の角の領域で大きい。コヒーレントなエネルギーと乱流のエネルギーでは分布が対照的になっていることが分かる。

乱流のエネルギー密度の分布は ALT 振動によって時間的に変化する。図 2.2.9 は時刻  $t = 572$  s および  $t = 616$  s における乱流の運動エネルギー密度の分布を示す。乱流の運動エネルギー密度が大きい領域が両時刻で逆になっていることが分かる。これは ALT 振動のためである。ALT 振動はバックフローが磁気音叉の角を圧縮することによって駆動されるが、この圧縮過程により圧力勾配のスケール長  $L_p = p/\nabla p$  が小さくなる。このため式 (2.2.8) により不安定性の成長率が大きくなり、乱流が増幅される。このため、ALT 振動によって乱流のエネルギー密度が大きい領域が左右交互に現れる。

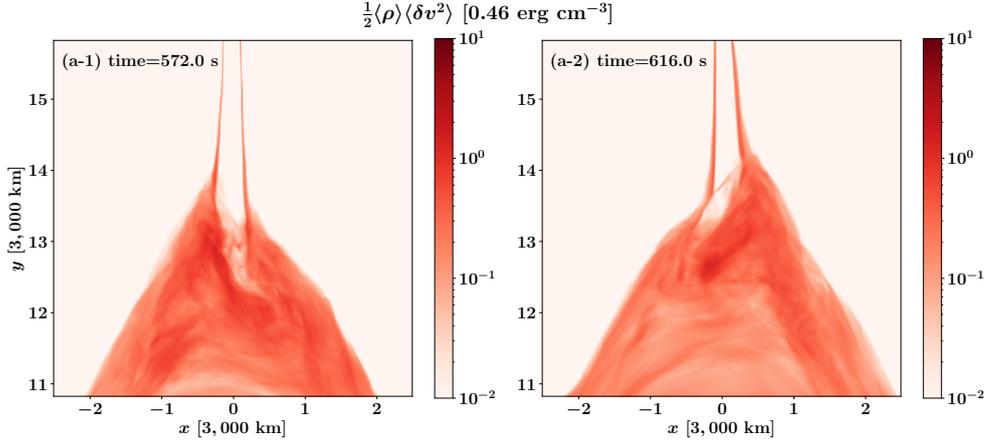


図 2.2.9 乱流の運動エネルギー密度の分布が時間によって変化する様子。

## 2.2.6 ALT 領域のエネルギー分配

磁場の解放エネルギーのうちどのくらいが ALT 領域の乱流エネルギーに変換されるのかを調べるために、エネルギーの大きさを定量的に調べた。まず磁気リコネクションによって単位時間あたりに解放される磁場のエネルギー  $dE_{\text{mag}}(t)$  を以下のように定義した。

$$dE_{\text{mag}}(t) = \frac{dE_{\text{mag,all}}}{dt} \frac{h_{\eta}}{v_{A,0}} \frac{1}{L_z}, \quad (2.2.17)$$

ここで  $E_{\text{mag,all}}(t)$  はシミュレーション領域全体の磁場エネルギーの総量であり、 $v_{A,0} = B_0/\sqrt{\rho_{\text{cor}}} \approx 670 \text{ km s}^{-1}$  は初期条件のコロナにおける Alfvén 速度である。 $h_{\eta}/v_{A,0}$  ( $\approx 90 \text{ s}$ ) は Alfvén タイムスケール (リコネクションアウトフローが計算領域を横切る典型的な時間) を表す。したがって、 $dE_{\text{mag}}(t) * L_z$  は Alfvén タイムスケールの間に磁気リコネクションによって解放される磁場エネルギーの大きさを表す。 $dE_{\text{mag}}(t)$  は単位長さあたりの解放磁場エネルギーを表し、この一部分が乱流のエネルギーへと変換されることになる。単位長さあたりのエネルギーの値を用いる理由は、本シミュレーションでは奥行  $z$  方向が薄いため計算領域全体のエネルギーが現実的なフレアのエネルギーと対応しないから

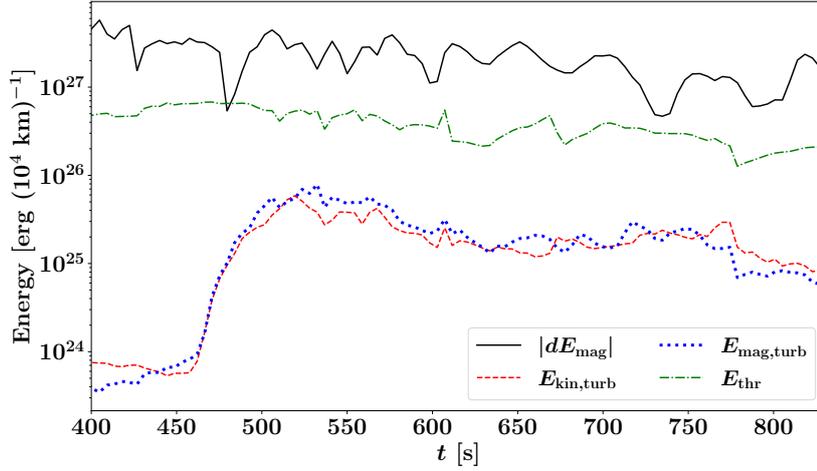


図 2.2.10 ALT 領域における各種のエネルギーの時間発展を示す。 $|dE_{\text{mag}}|$  は磁気リコネクションによって Alfvén タイムスケールで解放される磁場のエネルギーを表す。 $E_{\text{kin,turb}}$  および  $E_{\text{mag,turb}}$  はそれぞれ乱流の運動および磁場エネルギーを表す。 $E_{\text{thr}}$  は ALT 領域における熱エネルギーを表す。縦軸のエネルギーは  $z$  方向長さあたりの値になっている。各種エネルギーの計算方法の詳細は本文に記載した。

である。単位長さあたりの乱流の運動・磁場エネルギーを

$$E_{\text{kin,turb}}(t) = \iint_{\text{ALT}} \frac{1}{2} \langle \rho \rangle \langle \delta v^2 \rangle (t, x, y) dx dy, \quad (2.2.18)$$

および

$$E_{\text{mag,turb}}(t) = \iint_{\text{ALT}} \frac{1}{8\pi} \langle \delta B^2 \rangle (t, x, y) dx dy \quad (2.2.19)$$

と計算した。ここで積分領域の「ALT」とは  $y_{\text{btm}}(t) \leq y \leq y_{\text{top}}(t)$  かつ  $\langle p \rangle (t, x, y) \geq p_0$  を満たす領域と定義した。さらに、単位長さあたりの熱エネルギー  $E_{\text{thr}}$  を

$$E_{\text{thr}}(t) = \iint_{\text{ALT}} \frac{1}{\gamma - 1} \langle p \rangle (t, x, y) dx dy \quad (2.2.20)$$

とした。熱エネルギーは圧力駆動不安定性によって生じる乱流のエネルギーの上限値を与える。

図 2.2.10 に上記に定義したエネルギーの時間発展を示す。 $|dE_{\text{mag}}|$  と  $E_{\text{thr}}$  を比べると、時期リコネクションによって解放された磁気エネルギーのおよそ数十パーセントが ALT 領域の熱エネルギーに変換されていることが分かる。ただし、熱伝導による冷却を考慮すると熱エネルギーの割合はもう少し下がると予想される。 $E_{\text{kin,turb}}$  と  $E_{\text{mag,turb}}$

はほぼ同程度であり、 $|dE_{\text{mag}}|$  に比べ十分小さいことが分かる。乱流の運動・磁場エネルギーの大きさはほぼ等しく、等分配 (equipartition) になっている。時間にもよるが、およそ  $|dE_{\text{mag}}|$  の 0.5 から 5 パーセントが乱流の運動・磁場エネルギーに変換されていることになる。過去の観測研究 Kontar et al. (2017) によると、解放された磁場エネルギーの  $\sim (0.5 - 1)\%$  が乱流のエネルギーになるだろうと推定されているが、この主張は本シミュレーションの結果とおおむね一致していると言える。

## 2.2.7 乱流のエネルギーの減少

我々は ALT 領域における乱流の強さが時間とともにどう変化するかを調べた。乱流の強さの指標として  $\sqrt{\langle \delta v_z^2 \rangle}$  の時間発展について調べた。図 2.2.11 のパネル (a) は乱流の Mach 数、つまり  $\sqrt{\langle \delta v_z^2 \rangle}$  とローカルな音速  $\langle c_s \rangle$  の比の空間分布を表す。リコネクションアウトフローの勢いが強い中心部を除き、ALT 領域における乱流の Mach 数はおよそ 0.1 から 0.3 程度で分布していることが分かる。次に乱流速度の時間発展について述べる。我々は乱流速度を ALT 領域で空間平均をとった量 (つまり  $y_{\text{btm}}(t) \leq y \leq y_{\text{top}}(t)$  かつ  $\langle p \rangle \geq p_0$  を満たす領域で  $\sqrt{\langle \delta v_z^2 \rangle}$  を積分し、ALT 領域の面積で割った量) の時間発展を調べた。結果をパネル (b) に示す。乱流速度は最初  $48 \text{ km s}^{-1}$  程度あったが、時刻 620 s あたりから減衰が見え始め、 $32 \text{ km s}^{-1}$  程度にまで小さくなった。

ALT 領域に注入されるリコネクションアウトフローは乱流のエネルギーの源泉となる。そこで、リコネクションと乱流の関係を調べるために無次元リコネクション率およびリコネクションアウトフローの速度の時間発展についても調べた。パネル (c) は、位置  $(x, y) = (0, 20L_0)$  における無次元リコネクション率  $J_z / (B_0 v_A)$  ( $J_z$  は電流密度ベクトルの  $z$  成分) を  $z$  方向に平均化した量を表す。リコネクション率は  $t \approx 570 \text{ s}$  以降、単調に減少する。パネル (d) は ALT 領域の少し上の位置におけるリコネクションのアウトフローの速度  $v_y(x = 0, y = y_{\text{top}}(t) + 1L_0)$  を  $z$  方向で平均した量を表す。リコネクション率が減少するのに伴ってリコネクションアウトフローの速度も減少していることがわかる。リコネクションアウトフローの速度が小さくなると、ALT 領域での圧力とバックフロー速度が小さくなる。乱流は圧力と遠心力の両方で駆動しているため、リコネクションアウトフローの速度が低下すると乱流速度も低下すると考えられる。また、終端衝撃波の構造が乱流速度の減少に何らかの影響を与えている可能性がある。Takasao & Shibata (2016) は、衝撃波面がほぼ水平になるとバックフロー速度が小さくなることを指摘している。

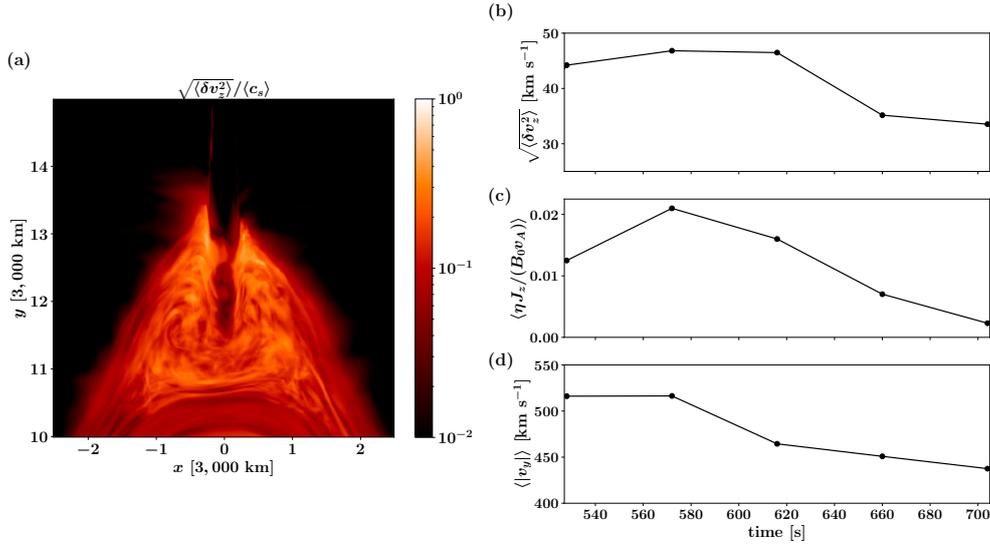


図 2.2.11 パネル (a) は時刻  $t = 528$  s における乱流速度  $\langle \delta v_z^2 \rangle$  の Mach 数を表す。パネル (b),(c),(d) はそれぞれ乱流速度  $\sqrt{\langle \delta v_z^2 \rangle}$ 、位置  $(x, y) = (0, 20L_0)$  における無次元リコネクション率  $\langle \eta J_z / (B_0 v_A) \rangle$ 、位置  $(x, y) = (0, y_{\text{top}} + L_0)$  におけるリコネクションアウトフローの速度  $\langle |v_y| \rangle$  を表す。パネル (b),(c),(d) の横軸の時間は 3 パネルともに共通である。

## 2.2.8 乱流の Alfvén Mach 数

また、乱流による速度ゆらぎの Alfvén Mach number も調べた。図 2.2.12 は  $\sqrt{\delta v^2} / \langle v_A \rangle$  の分布を表す。ALT 領域ではこの値が 1 を超えており、超 Alfvénic 乱流が発生していることがわかる。また、ゆらぎは ALT 領域からフレアループの足元まで大振幅の MHD 波として伝播している。Kigure et al. (2010) はリコネクション領域周辺で発生する MHD 波によるエネルギー輸送を調査したが、本研究では放出された磁気エネルギーはリコネクション領域だけでなく、乱流である ALT 領域からも MHD 波によって運ばれることが明らかになった。このエネルギー輸送がもたらす影響について調べることは今後の課題としたい。

## 2.2.9 乱流が磁気ミラーに与える影響

乱流は磁力線をかき乱すため、ALT 領域における磁気ミラーの効率が変化し、電子の閉じ込めに影響を与える可能性がある。そこで我々は 2D (乱流の影響小) と 3D (乱流の

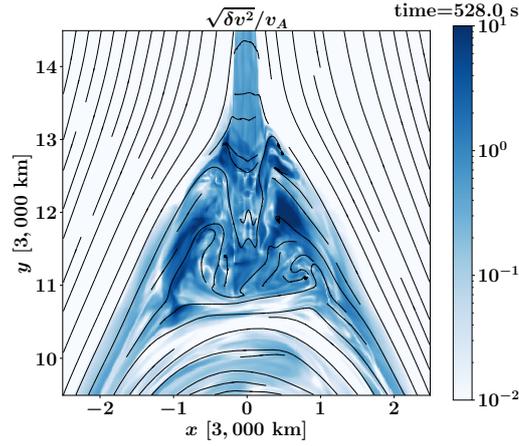


図 2.2.12 時刻  $t = 528$  s における乱流速の Alfvén Mach 数の分布を表す。黒線は  $xy$  平面に射影した磁力線を表す。

影響大) のシミュレーションにおいて、磁気ミラーによる反射が起こるための最小のピッチ角  $\theta_{\text{mir}}$  を計算し、その統計について調べた。

解析手法を以下に示す。まず ALT 領域に 4,000 個の始点を置き、その点から磁力線を前後に追跡した。始点はリコネクションアウトフローの  $v_y$  が小さい (負の方向に大きい) 領域に集中して分布させた。追跡したある磁力線上で、最も小さい磁束密度の値をその磁力線における  $B_{\text{min}}$  とする。さらに、追跡した磁力線と ALT 領域の下部境界として定義される面  $y = y_{\text{btm}}$  との交点における磁束密度の値を  $B_{\text{mir}}$  とする (厳密には、磁力線と平面の交点は 2 点あるので両者の値の加算平均を  $B_{\text{mir}}$  とした)。追跡した磁力線の一部を図 2.2.13 のパネル (a) に示す。  $B_{\text{mir}}$  を測った位置はこの図でいうと  $(x, y) = (1.22L_0, 12.4L_0)$  および  $(-1.25L_0, 12.4L_0)$  である。これらの値を用いて、磁気ミラーによる反射が起こるための最小となるピッチ角は

$$\theta_{\text{mir}} = \arcsin \left( \sqrt{\frac{B_{\text{min}}}{B_{\text{mir}}}} \right). \quad (2.2.21)$$

と表せる。我々は追跡した 4,000 本の磁力線それぞれに対して  $\theta_{\text{mir}}$  を計算した。

2D および 3D における  $\theta_{\text{mir}}$  のヒストグラムの比較を図 2.2.13 のパネル (b) に示す。  $\theta_{\text{mir}}$  の平均値は 2D と 3D でそれぞれ  $11.08^\circ$ ,  $13.71^\circ$  であった。また標準偏差は 2D と 3D でそれぞれ  $1.98^\circ$ ,  $5.13^\circ$  であった。平均値は両者で大きくは変わらなかったが、標準偏差は 3D の方が有意に大きくなった。乱流が磁場の分布を非一様にするすることで、局所的に磁気ミラーが起こりやすい領域や局所的に起こりにくい領域が生まれると考えられる。

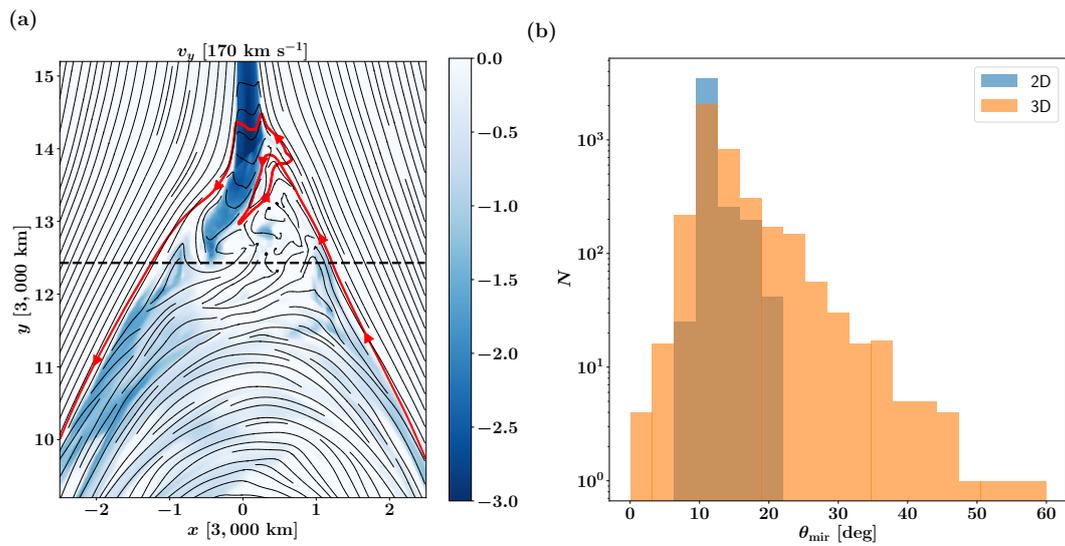


図 2.2.13 パネル (a) は時刻  $t = 616 \text{ s}$  における鉛直方向の速度  $v_y$  (カラーマップ) および磁力線 (黒線) を表す。赤線は三次元的に追跡した磁力線の一例を示す。赤線の矢印は追跡した磁力線の向きを表す。黒の破線は ALT 領域の下部境界  $y = y_{\text{btm}}$  の位置を表す。パネル (b) は時刻  $t = 616 \text{ s}$  におけるミラー反射が起こるためのピッチ角の閾値  $\theta_{\text{mir}}$  のヒストグラムを表す。青色およびオレンジ色のグラフはそれぞれ 2D、3D における結果を表す。

## 第3章

# 磁気流体計算（熱伝導あり）

現実的な太陽フレアを再現する上では、熱伝導による冷却効果が無視できない。本章では、熱伝導を導入したモデルについて述べる。

### 3.1 手法

シミュレーションの設定は基本的に第二章で述べた熱伝導なしのモデルと同様である。ただし基礎方程式の式 (2.1.4) の右辺が0ではなく、熱伝導フラックス  $\mathbf{F}$  の発散  $-\nabla \cdot \mathbf{F}_c$  に置き換わる。ここで  $\mathbf{F}_c$  は後述の双極型熱伝導モデルに従って時間発展するものとする。

#### 3.1.1 双極型熱伝導

一般に、熱伝導の計算では放物型の熱伝導モデル

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa^* \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad \kappa^* = \frac{\kappa}{\rho c_v} \quad (3.1.1)$$

が使用されることが多い。ここで  $T$  は温度、 $\kappa$  は熱伝導率、 $\rho$  はガスの密度、 $c_v$  はガスの比熱である。しかしこのモデルでは熱伝導のタイムスケール  $\Delta t \sim (\Delta x)^2 / \kappa^*$  を時間分解しなくてはならないため、高解像度の計算をしようとするると計算コストが非常に大きくなってしまう。

そこで、我々は双極型熱伝導モデル (e.g. Rempel 2017) を用いて熱伝導の効果を取り入れる。熱伝導フラックス  $\mathbf{F}_c$  が従う方程式は

$$\frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial t} = \frac{\mathbf{F}_{sp} - \mathbf{F}_c}{\tau} \quad (3.1.2)$$

である。ここで  $F_{\text{sp}}$  は Spitzer 熱伝導フラックス

$$\mathbf{F}_{\text{sp}} = -\kappa \nabla_{\parallel} T, \quad \kappa = \kappa_0 T^{2.5} \quad (3.1.3)$$

である。ただし  $\nabla_{\parallel} = \mathbf{e}_{\parallel}(\mathbf{e}_{\parallel} \cdot \nabla)$  は磁力線に沿った向きの勾配を表す。また  $\kappa_0$  は Yokoyama & Shibata (2001) を参考に  $\kappa_0 = 8.2 \frac{k_B}{m_{\text{ion}}} \frac{L_0 c_{\text{iso},0} \rho_0}{T_0^{5/2}}$  で与え、cgs 単位系で  $9.75 \times 10^{-7}$  の値をもつ。また  $\tau$  は熱伝導フラックスが Spitzer 熱伝導フラックスに近づく緩和時間に相当するパラメータで、値の決め方は後述する。また、熱伝導フラックス  $F_c$  の初期条件は  $F_c(t=0) = F_{\text{sp}}$  で与える。

### 3.1.2 双極型熱伝導の性質とタイムステップの決め方

式 (3.1.2) の性質を調べてみる。簡単のため、一次元かつ密度  $\rho$  が一定の場合を考える。温度の時間発展は

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial F_c}{\partial x} \quad (3.1.4)$$

と表せる。この式と式 (3.1.2) において  $F_{\text{sp}} = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$  としたものを組み合わせると

$$\frac{\partial^2 F_c}{\partial t^2} + \frac{1}{\rho c_v \tau} \frac{\partial F_c}{\partial t} - \frac{\kappa^*}{\tau} \frac{\partial^2 F_c}{\partial x^2} = 0 \quad (3.1.5)$$

を得る。つまり、これは減衰項のついた波動方程式（工学的には電信方程式と呼ばれる形）と解釈することができる。これが「双極型」と呼ばれる所以である。減衰項を無視すると、波動の伝達速度は  $c = \sqrt{\kappa^*/\tau}$  である。ここで、数値計算上の都合により  $\tau$  を波動の伝達速度と MHD 波が伝達する速度が等しくなるようにとることができる。つまり

$$\sqrt{\frac{\kappa^*}{\tau}} = f_{\text{CFL}} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (3.1.6)$$

である。ここで  $\Delta x, \Delta t, f_{\text{CFL}}$  はそれぞれメッシュサイズ、シミュレーションの時間刻み、CFL 数である。この条件から、 $\tau$  は

$$\tau = \frac{\Delta t^2 \kappa^*}{\Delta x^2 f_{\text{CFL}}^2} \quad (3.1.7)$$

と求められる。今  $\tau$  は数値的な都合で決めたが、シミュレーションで用いるには物理的な整合性がとれている必要がある。熱伝導が破綻しないための条件は、注目するスケール  $L$  に対して  $\tau < L^2/\kappa^*$  が成り立つことである。この条件から、時間刻み  $\Delta t$  は

$$\Delta t < \frac{L \Delta x f_{\text{CFL}}}{\kappa^*} \quad (3.1.8)$$

を満たす必要がある。ただし高次元計算を行う場合は条件 (3.1.8) を満たしていても熱伝導が非物理的なふるまいを見せることがある。そこで本シミュレーションにおいては CFL 数をもう一度かけ、タイムステップを

$$\Delta t = \left( \frac{L_0 \Delta x f_{\text{CFL}}^2}{\kappa^*} \right)_{\min} \quad (3.1.9)$$

により定めた。ただし、典型的なスケールとして ALT 領域の大きさ程度である  $L_0$  (シミュレーションユニット) を選んだ。

放物型熱伝導ではシミュレーションのタイムステップがメッシュサイズの二乗に比例して小さくなったのに対し、双極型熱伝導では一乗に比例する。このため、高解像度計算を行う際は双極型熱伝導を使うメリットが大きくなる。

## 3.2 結果

### 3.2.1 ALT 領域の三次元的構造

図 3.2.1 は時刻  $t = 299.2$  s における ALT 領域の 2D および 3D スナップショットである。パネル (a) は圧力分布を表し、矢印で示したところに終端衝撃波が形成されている。パネル (b) および (c) は規格化した速度の発散  $(\nabla \cdot \mathbf{v})\Delta x/c_s$  を示す。青く表示されている領域が衝撃波面である。この時刻は不安定性がちょうど見え始めたあたりの時刻であるため ALT 領域はそれほど乱流的になっておらず、衝撃波面は奥行方向に対し平らになっている。しかし時間が経って ALT 領域が乱流的になると、図 2.2.2 と同様に衝撃波面は奥行方向に対し非一様になった。パネル (d) は 3D スナップショットを表し、背景色は密度、黄色線は磁力線、水色の矢印は速度場を表す。青い領域は規格化した速度の発散が  $(\nabla \cdot \mathbf{v})\Delta x/c_s < -0.1$  を満たす領域に色をつけたものであり、衝撃波の波面を表す。

熱伝導を含むモデルでは、熱伝導を含まないモデルに比べて磁気音叉の「角」がくっきり見えるようになった。これは熱伝導冷却により ALT 領域のプラズマが圧縮され、構造がよりコンパクトになったためだと考えられる。

### 3.2.2 ALT 振動

熱伝導を含むモデルでも ALT 振動が存在することを確かめた。解析方法は前章 2.2.2 節にて述べた手法と同様である。つまり、 $D_{v_y} D_p > D_c^2$  ( $D_c = 0.1$ ) を満たす点の中で最も  $y$  座標が大きい点を求め、その  $y$  座標を ALT 領域の上端  $y_{\text{top}}$  とした。ALT 領

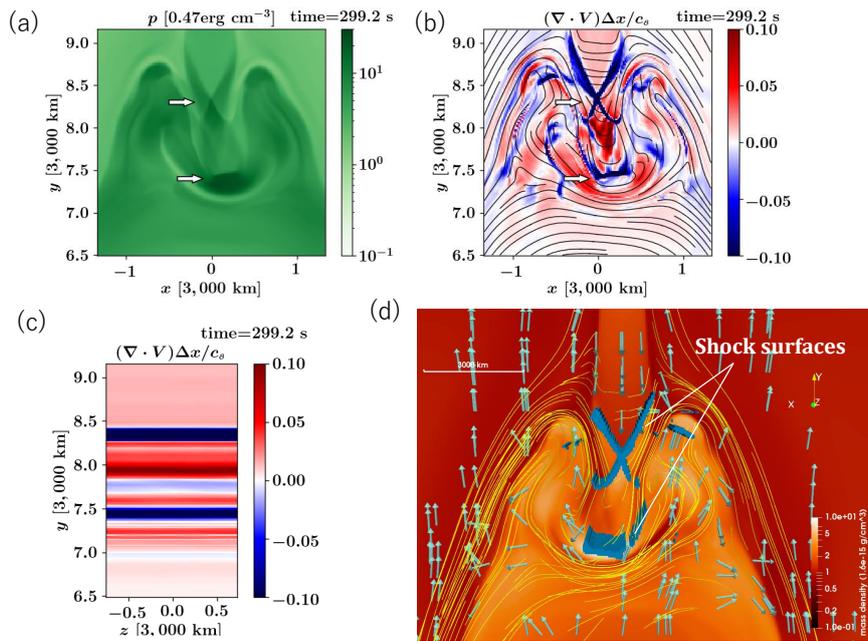


図 3.2.1 ALT 領域周辺の衝撃波構造。パネル (a) は  $xy$  平面 ( $z = 0$ ) における圧力分布を示す。パネル (b) は、 $xy$  平面 ( $z = 0$ ) における音速  $c_s$  とメッシュサイズ  $\Delta x$  で規格化した速度の発散  $\nabla \cdot \mathbf{v}$  を示す。実線は  $xy$  平面に射影された磁力線を示す。パネル (a) と (b) における矢印は終端衝撃波の波面の位置を示している。パネル (c) は (b) と同様に規格化した速度の発散であるが  $yz$  平面 ( $x = 0$ ) から見た図である。パネル (d) は衝撃波面の 3 次元構造を示す。背景色は  $z = 0$  における質量密度を示し、矢印は速度ベクトルの向きを示す (矢印の長さは速度の大きさを表さないので注意)。黄色線は磁力線である。いずれの図も時刻は  $t = 299.2$  s である。

域の下端は  $y_{\text{btm}} = y_{\text{top}} - 1.5L_0$  とした。この領域で水平速度  $v_x$  の密度重み付き平均  $\langle v_x \rangle^{\text{ALT}}(t)$  を計算し、その時間変化を調べた。図 3.2.2 は熱伝導を含むモデルにおける  $\langle v_x \rangle^{\text{ALT}}(t)$  の時間発展の様子を示す。 $\langle v_x \rangle^{\text{ALT}}(t)$  は周期的に変化しており、熱伝導を含めても ALT 振動は存在することが分かる。振動の周期はほぼ 100 s で、熱伝導を含まないモデルと同程度であった。また振幅も熱伝導の有無で変化はなかった。

### 3.2.3 乱流の発生とその起源

熱伝導を含むモデルにおいても、ALT 領域で乱流が発生した。図 3.2.3 はフレアループの全体像 (a) および ALT 領域のプラズマ  $\beta$  の時間発展 (b-1)-(b-4) を表す。時刻  $t = 294.8$  s の時点では乱流は全く生じていないが、時刻  $t = 308.0$  s, 321.2 s あたりから乱流が生じ始め、時刻  $t = 334.4$  s になると乱流が ALT 領域全体を覆うようになった。

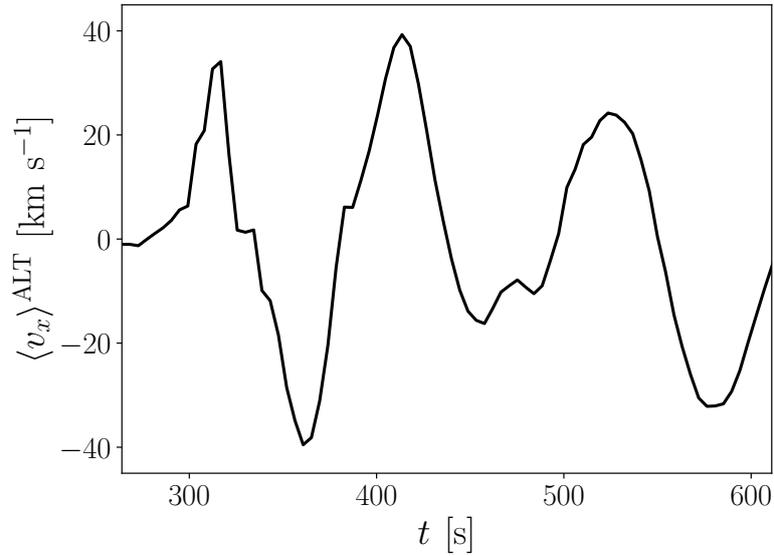


図 3.2.2 水平速度を密度で重み付けした空間平均  $\langle v_x \rangle^{ALT}(t)$  の時間発展。

熱伝導を含まないモデルとの特筆すべき違いは、乱流が発生する時刻である。熱伝導を含まないモデルでは時刻  $t \sim 480$  s あたりから乱流が見え始めたのに対し、熱伝導を入れたモデルでは時刻  $t \sim 320$  s で既に乱流が生じている。これは熱伝導を含むモデルの場合、熱伝導冷却の効果によって磁気音叉の角が収縮することで曲率が大きく（曲率半径が小さく）なり、式 (2.2.8) に従って磁気音叉の角が不安定化しやすくなるためだと考えられる。また ALT 領域とコロナの密度差が大きくなることで Atwood 数

$$A = \frac{\rho_{\text{high}} - \rho_{\text{low}}}{\rho_{\text{high}} + \rho_{\text{low}}} \quad (3.2.1)$$

が大きくなり、Rayleigh-Taylor 不安定性が発達しやすくなるということも考えられる。また乱流が生じ始める時刻の他、プラズマ  $\beta$  の大きさについても熱伝導の有無で違いが見られた。乱流が生じ始める時刻（図 2.2.5 の  $t = 484$  s および図 3.2.3 の  $t = 308$  s）で比べてみると、熱伝導を含まないモデルでは磁気音叉の角の平均的なプラズマ  $\beta$  が 5.0 程度であるのに対し、熱伝導を含むモデルでは角の平均的なプラズマ  $\beta$  は 2.5 程度とやや小さくなった。これは熱伝導冷却により ALT 領域の圧力が低下して、相対的な磁場の強さが大きくなったためだと考えられる。

熱伝導を含むモデルにおいても乱流の起源は磁気音叉の角であるという結果は変わらなかった。図 3.2.4 は ALT 領域における圧力分布 (a)、磁力線に沿ったプラズマの

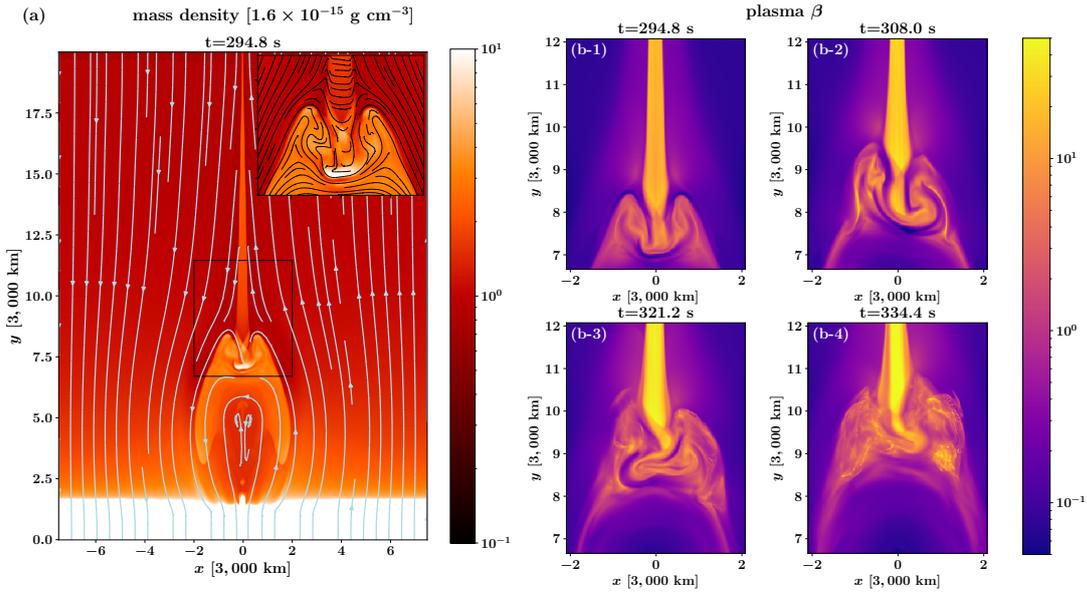


図 3.2.3 ALT 領域周辺の乱流の発達。パネル (a) は  $xy$  平面 ( $z = 0$ ) に投影された磁力線および密度の空間分布を表す。パネル (b-1)~(b-4) は異なる時刻における ALT 領域周辺のプラズマ  $\beta$  の分布を表す。ボックスの大きさはパネル (a) の黒四角で示されている。

速度成分 (b)(c)、 $yz$  平面において不安定性が生じる様子 (d) を表す。熱伝導を含まないモデルと同様、白い矢印で示したように複数の bad curvature が形成されることが分かる。Bad curvature における圧力のコントラストは熱伝導を含まないモデルに比べて大きく、磁力線の曲率は熱伝導を含まないモデルのものより小さい。そのため、この bad curvature は熱伝導を含まないモデルのものよりもさらに不安定化しやすい構造となっている。また磁力線に沿ったプラズマの速度成分も熱伝導を含まないモデルのときと比べて大きくなっている。これらの要因により、熱伝導を加えることで圧力駆動不安定性や遠心力駆動の Rayleigh-Taylor 不安定性はさらに起こりやすくなると考えられる。パネル (a) の白線 ( $x = 0.5L_0$ ) で切った断面の様子をパネル (d) に示している。実際、bad curvature の位置で不安定性が発達していることが分かる。式 (2.2.11) に基づいて不安定性の成長率を求めると、不安定性が見え始める時刻  $t = 299.2$  s において  $c_{s,ALT} \approx 300$  km s $^{-1}$ 、 $R_c \approx 750$  km 程度であるから、成長率は  $\gamma_{grow} \approx 0.4$  s $^{-1}$  である。不安定性が成長するタイムスケールは  $\gamma_{grow}^{-1} \approx 2.5$  s である。これは熱伝導を含まないモデルに比べてやや成長率が大きく (タイムスケールが短く) なった。図 3.2.4 のパネル (d) と比較してみても矛盾のない見積もりだろう。成長率が大きくなったのは磁気音叉の角の

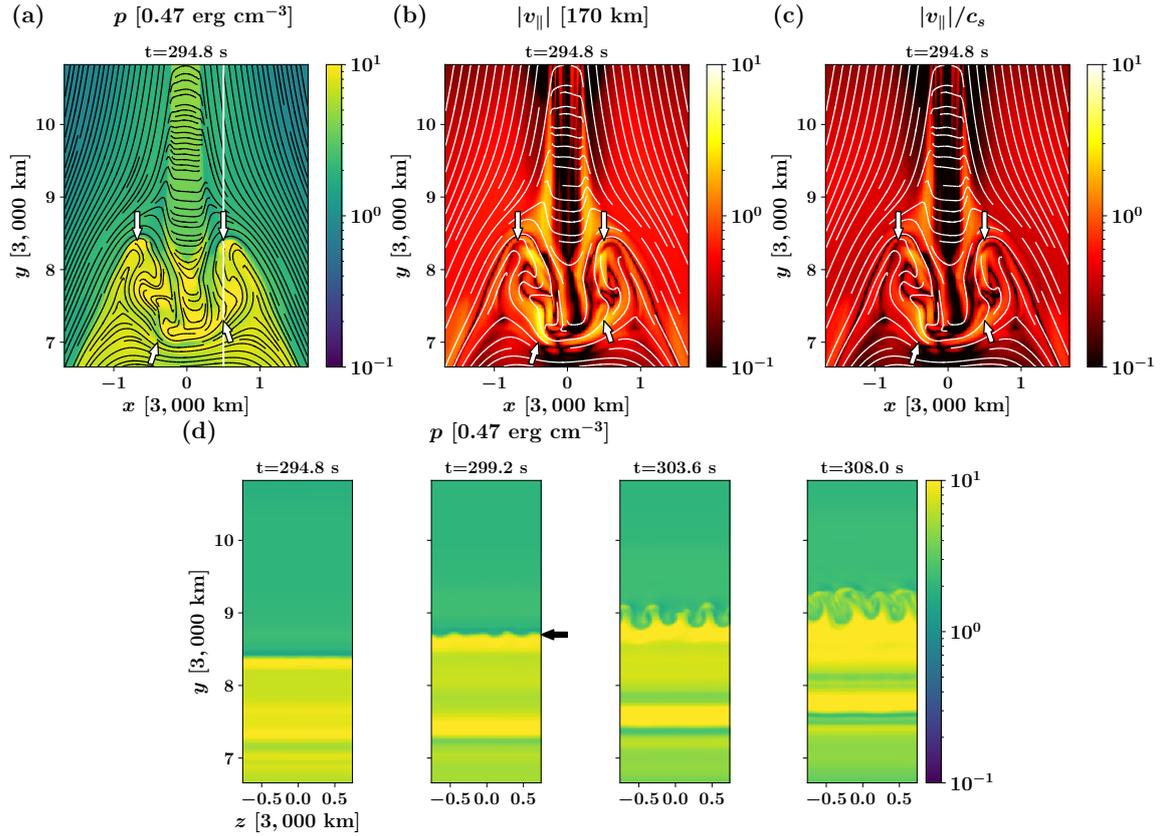


図 3.2.4 パネル (a) は ALT 領域における圧力の分布および磁力線を表す。4 つの白い矢印は bad curvatures の位置を表す。パネル (b) は磁力線に沿った速度の大きさ  $v_{\parallel} = |\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}|/|\mathbf{B}|$  を表す。パネル (c) は音速  $c_s$  で規格化した  $v_{\parallel}$  を表す。パネル (d) はパネル (a) の白線で切った  $yz$  断面における圧力分布を表し、bad curvature において Interchange モードの不安定性が発達する様子を表す。黒い矢印は不安定性が始まる位置を表す。

曲率が大きく（曲率半径が小さく）なったことによる要因が大きい。

### 3.2.4 不安定性のフーリエ解析

磁気音叉の角の領域が最も不安定性が進行する領域であることを示すために、フーリエパワースペクトルを調べた。前章と同様、密度のゆらぎ (2.2.12) を計算し、 $z$  方向に関してフーリエ変換 (2.2.13) を行った。フーリエ変換をした関数の二乗  $|\tilde{f}(k)|^2$  をパワースペクトルと定義する。時刻  $t = 299.9$  s、波数  $k = 0.35$  [cell size<sup>-1</sup>] におけるパワースペク

トルの空間分布を図 3.2.5 に示す。熱伝導を含まないモデルと同様、磁気音叉の角の領域が最も  $|\tilde{f}(k)|^2$  が大きくなっている。また磁気音叉の中央の凹み部分も bad curvature があるため、ある程度のパワースペクトルの大きさをもっている。

磁気音叉の角の領域においては、最もパワーが強くなる波数は  $k = 0.35$  [cell size<sup>-1</sup>] ( $\lambda = 17.9$  [cell size]) であり、熱伝導を含まないモデルに比べて波長スケールが長くなった。これは熱伝導によって構造がなまり、小さい構造ができにくくなるためだと考えられる。

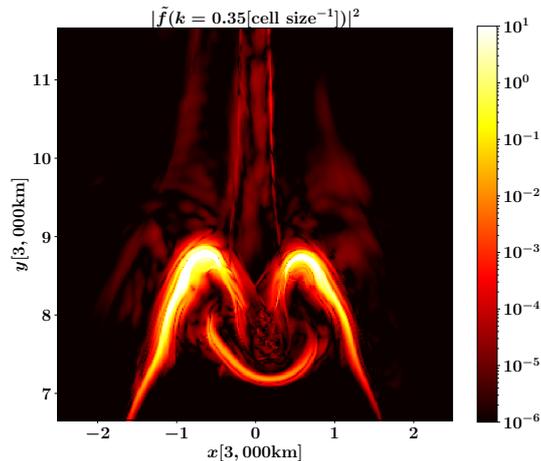


図 3.2.5 密度のゆらぎのフーリエパワーの空間分布。波数は  $k = 0.35$  [cell size<sup>-1</sup>] ( $\lambda = 17.9$  [cell size]) である。図の時刻は  $t = 299.2$  s である。

### 3.2.5 乱流のエネルギー密度

前章 2.2.5 と同様に乱流のエネルギー密度を調べた。図 3.2.6 は ALT 領域における運動エネルギー密度のコヒーレント成分および乱流成分、磁場エネルギーのコヒーレント成分と乱流成分をそれぞれパネル (a),(b),(c),(d) に示している。磁気音叉の角の領域ではコヒーレントな運動・磁場エネルギー密度は小さいものの、乱流の運動・磁場エネルギー密度は大きくなっている。またこの時間では ALT 振動によって右側の角が圧縮され、乱流のエネルギー密度は右側の角の領域の方が左に比べて大きくなっている。コヒーレント成分と乱流成分の対称性や、ALT 振動による乱流増幅といった定性的な性質は熱伝導の有無に関わらず共通して見られた。また熱伝導を含むモデルでは熱伝導を含まないモデルに比べてコヒーレント成分の運動・磁場エネルギー密度が大きくなった。熱伝導が入るとプラズマが冷えて圧力が下がるため、相対的に磁場が強くなる。磁場が強いとプラズマは小さな構造を作りにくくなるため、乱流のエネルギーに変換される割合が減少すると考えら

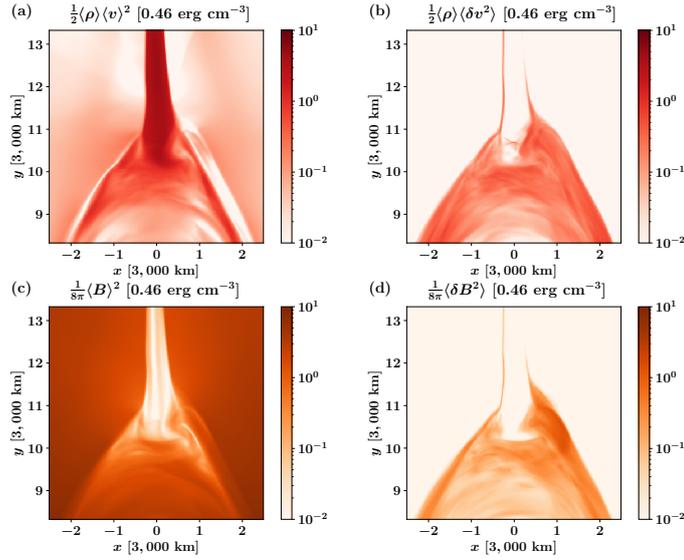


図 3.2.6 時刻  $t = 440$  s における運動・磁場エネルギー密度の分布。パネル (a),(b) はそれぞれコヒーレントな運動エネルギーおよび乱流のエネルギーを表す。パネル (c),(d) はそれぞれコヒーレントな磁場エネルギーおよび乱流の磁場エネルギーを表す。

れる。

### 3.2.6 ALT 領域のエネルギー分配

前章 2.2.6 と同様に、ALT 領域における各エネルギーの時間発展を調べた。図 3.2.7 は単位時間あたりに解放される磁場エネルギー  $dE_{\text{mag}}$ 、乱流の運動エネルギー  $E_{\text{kin,turb}}$ 、乱流の磁場エネルギー  $E_{\text{mag,turb}}$ 、ALT 領域の熱エネルギー  $E_{\text{thr}}$  の時間発展を表す。各エネルギーの計算方法は 2.2.6 節を参照されたい。最も大きなウェイトを占めているのは熱エネルギーで、解放された磁場エネルギーのおよそ数十%を占め、時刻によってはほぼ 100% に近くなることもある。熱伝導を考慮すると ALT 領域の熱エネルギーは低下すると予想していたが、前章で述べた結果と比べて熱エネルギーの占める割合は下がらなかった。熱伝導の計算ではフレアループの周囲にサーマルハローと呼ばれるやや高温の領域ができるため、熱エネルギーの定義式 (2.2.20) において積分領域 ( $\langle p \rangle > p_0$  を満たす領域) が広がってしまったためだと考えられる。乱流の運動エネルギーと乱流磁場エネルギーはほぼ同程度で、等分配 (equipartition) になっている。解放された磁場エネルギーに占める乱流の運動・磁場エネルギーの割合は (0.5 – 5)% であり、熱伝導を含まないモデルとほとんど同じであった。ただし乱流のエネルギーについても、サーマルハローの分だけ積

分領域が広がったために過大評価された可能性が考えられる。この点を厳密に考慮すると乱流のエネルギーの割合はもう少し低下する可能性がある。

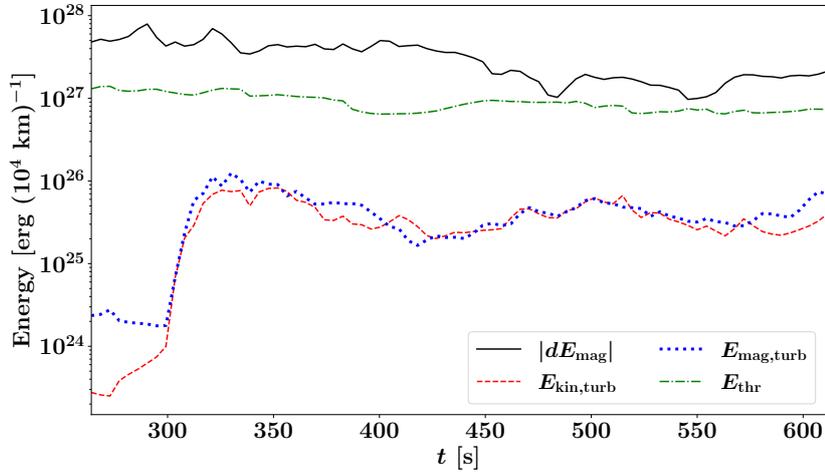


図 3.2.7 ALT 領域における各種のエネルギーの時間発展を示す。 $|dE_{\text{mag}}|$  は磁気リコネクションによって Alfvén タイムスケールで解放される磁場のエネルギーを表す。 $E_{\text{kin,turb}}$  および  $E_{\text{mag,turb}}$  はそれぞれ乱流の運動および磁場エネルギーを表す。 $E_{\text{thr}}$  は ALT 領域における熱エネルギーを表す。

### 3.2.7 乱流のエネルギーの減少

熱伝導を含むモデルにおいても、時間とともに乱流速度およびリコネクション率が低下傾向になることを確認した。図 3.2.8 は時刻  $t = 528$  s における乱流速度の Mach 数  $\sqrt{\langle \delta v_z^2 \rangle} / \langle c_s \rangle$  (a) および、乱流速度 (b)、無次元リコネクション率 (c)、リコネクションアウトフローの速度 (d) の時間変化を示す。解析手法は 2.2.7 項で述べたものと同じである。乱流速度や無次元リコネクション率、アウトフロー速度のふるまいには相関があることが分かる。つまり時間とともにリコネクションが弱まり、それに伴い ALT 領域に供給されるエネルギーが小さくなり、乱流エネルギーが小さくなるといった因果関係が考えられる。また図 2.2.11 と図 3.2.8 のパネル (b) 同士を比較すると、熱伝導を含むモデルでは平均の乱流速度がやや小さくなっていることが分かる。3.2.5 項で述べたように、熱伝導を含むモデルでは磁場の強さが相対的に強くなることで小さなスケールの流れ場が形成されにくくなり、乱流のエネルギーに変換されにくくなるためだと考えられる。

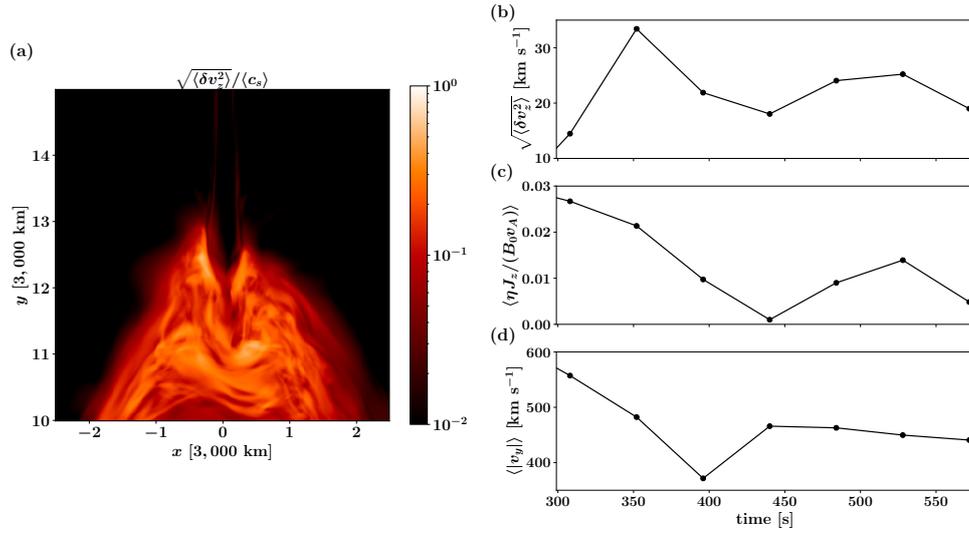


図 3.2.8 パネル (a) は時刻  $t = 528$  s における乱流速度  $\langle \delta v_z^2 \rangle$  の Mach 数を表す。パネル (b),(c),(d) はそれぞれ乱流速度  $\sqrt{\langle \delta v_z^2 \rangle}$ 、位置  $(x, y) = (0, 20L_0)$  における無次元リコネクション率  $\langle \eta J_z \rangle / (B_0 v_A)$ 、位置  $(x, y) = (0, y_{\text{top}} + L_0)$  におけるリコネクションアウトフローの速度  $\langle |v_y| \rangle$  を表す。パネル (b),(c),(d) の横軸の時間は 3 パネルともに共通である。

### 3.2.8 乱流が磁気ミラーに与える影響

熱伝導を含むモデルにおいても、2D (乱流の影響小) と 3D (乱流の影響大) によって磁気ミラーによる反射が起こるための最小のピッチ角  $\theta_{\text{mir}}$  の分布がどう変わるかを調べた。

解析手法は熱伝導を含まないモデルと同様で、まず ALT 領域に 4,000 個の始点を置き、その点から磁力線を前後に追跡した。始点はリコネクションアウトフローの  $v_y$  が小さい (負の方向に大きい) 領域に集中して分布させた。追跡したある磁力線上で、最も小さい磁束密度の値をその磁力線における  $B_{\text{min}}$  とした。さらに、追跡した磁力線と ALT 領域の下部境界として定義される面  $y = y_{\text{btm}}$  との交点における磁束密度の値を  $B_{\text{mir}}$  とした。追跡した磁力線の一例を図 3.2.9 のパネル (a) に示す。赤色の磁力線と黒の破線の交点が  $B_{\text{mir}}$  を測った位置である。これらの値を用いて、磁気ミラーによる反射は起こるための最小となるピッチ角

$$\theta_{\text{mir}} = \arcsin \left( \sqrt{\frac{B_{\text{min}}}{B_{\text{mir}}}} \right). \quad (3.2.2)$$

を計算した。なお、解析には時刻  $t = 616$  s のデータを用いた。

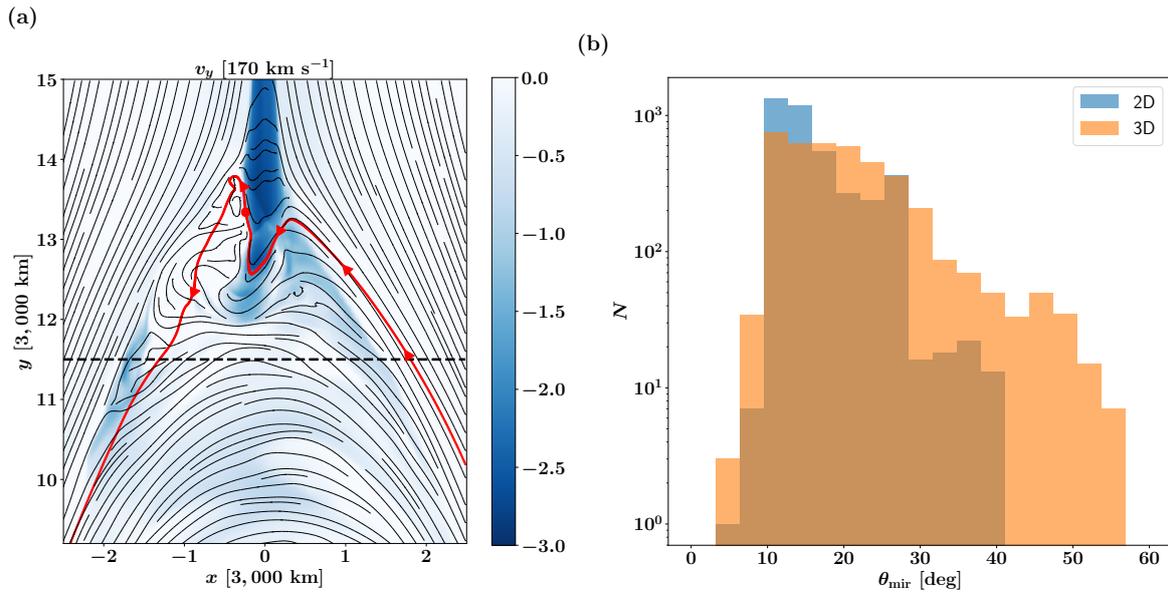


図 3.2.9 パネル (a) は時刻  $t = 616 \text{ s}$  における鉛直方向の速度  $v_y$  (カラーマップ) および磁力線 (黒線) を表す。赤線は三次元的に追跡した磁力線の一例を示す。赤線の矢印は追跡した磁力線の向きを表す。黒の破線は ALT 領域の下部境界  $y = y_{\text{btm}}$  の位置を表す。パネル (b) は時刻  $t = 616 \text{ s}$  におけるミラー反射が起こるためのピッチ角の閾値  $\theta_{\text{mir}}$  のヒストグラムを表す。青色およびオレンジ色のグラフはそれぞれ 2D、3D における結果を表す。

2D および 3D における  $\theta_{\text{mir}}$  のヒストグラムの比較を図 3.2.9 のパネル (b) に示す。 $\theta_{\text{mir}}$  の平均値は 2D と 3D でそれぞれ  $15.72^\circ$ ,  $20.26^\circ$  であった。また標準偏差は 2D と 3D でそれぞれ  $5.53^\circ$ ,  $8.50^\circ$  であった。熱伝導を含むモデルにおいても、2D より 3D のほうが  $\theta_{\text{mir}}$  の分布の広がりが大きくなることを確認できた。同じ次元同士で比較した場合、熱伝導を含むモデルの方が  $\theta_{\text{mir}}$  の分布の広がり大きい傾向が見られたが、両者では乱流が生じ始めた時刻が異なるなど単純比較できない事情があるため、あくまで本項では 2D と 3D の違いを述べるに留めることにする。

## 第4章

# まとめ・議論

我々は三次元の MHD シミュレーションを実施し、ALT 領域における乱流の起源を調べた。その結果、以下の結論を得た。

1. ALT 領域の乱流は、磁気音叉の角の領域から生じ始め、ALT 領域全域に広がる。
2. 磁気音叉の角は bad curvature になっており、さらに磁力線に沿ってバックフローが流れている。このため、圧力駆動不安定性や遠心力駆動の Rayleigh-Taylor 不安定性が生じ、乱流の種になったと考えられる。
3. 解放された磁気エネルギーのうち 0.5 – 5%（熱伝導を含む場合はやや下がる可能性あり）が乱流のエネルギーに変換されており、Kontar et al. (2017) などの観測研究と概ね一致している。
4. ALT 領域の乱流は磁気ミラーの効率に影響を与える。
5. ALT 振動は三次元シミュレーションにおいても確認することができた。
6. 熱伝導を考慮したモデルでは、熱伝導を含まないモデルに比べて不安定性が見え始める時刻が早くなり、不安定性の成長率も増大した。

図 4.0.1 に本研究で得られた ALT 領域の描像のスケッチを示す。過去の 2D シミュレーションの結果と同様、3D シミュレーションにおいても音叉状の磁力線構造が形成され、磁気音叉の二本の角の間およびその上部に終端衝撃波が形成された。我々はこれに加え、磁気音叉の角の領域から乱流が生じることを発見した。乱流の種となる圧力駆動不安定性や Rayleigh-taylor 不安定性は Interchange モード（波数ベクトルが磁力線に垂直なモード）でよく発達する。そのため、奥行方向のゆらぎを捉えることができる 3D シミュレーションをして初めてこれらの不安定性を再現することができた。本研究で得られた ALT 領域の描像では、終端衝撃波に近い位置で乱流が生じ、衝撃波が乱流に囲まれるこ

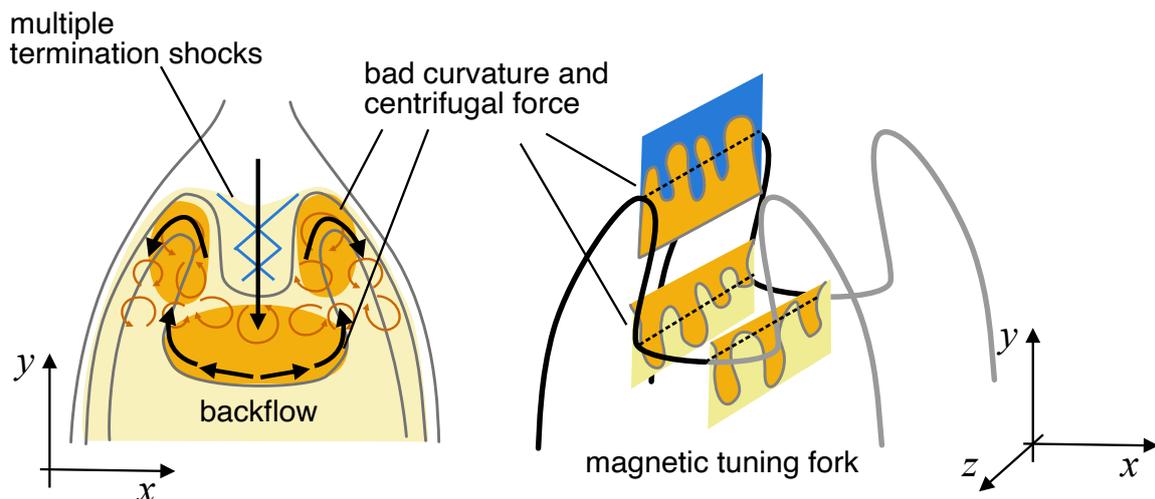


図 4.0.1 ALT 領域の不安定性に関する概略図。

とになる。本研究の結果により、乱流が電子の閉じ込め・衝撃波を介した加速に大きな影響を与える蓋然性が一段と高まったと言える。また我々のモデルでは Shen et al. (2022) で示されたようなリコネクションアウトフローの下端で生じる不安定性よりも速く不安定性化が進行し、ALT 領域がすぐに乱流的になることを示した。電子加速はフレアループの形成直後 (impulsive phase) に最も顕著に見えるため、我々の結果により時間の観点からも乱流の重要性が高まったと言えよう。

## 4.1 観測との比較

ALT 領域の振動および乱流について、改めて観測と比較してみたい。我々は 2017 年 9 月 10 日のフレアの Doppler 速度を調査した研究論文 (Reeves et al. 2020) の著者に依頼し、これと同じフレアを ALT 領域の上昇の様子分かるように再解析していただいた (Shibata et al. 2022)。

解析対象としたフレアの画像を図 4.1.1 に示す。図中の白線のスリットに沿って IRIS による Fe XXI 線に対するガウシアンフィットを行い、強度、ドップラー速度、非熱的速度をスリットに沿った座標および時間の関数として求めた。結果を図 4.1.2 に示す。まず強度のパネル (左) を見ると、Fe XXI 線を発する領域の先端が時間とともに上昇していることが分かる。スリット上の座標は必ずしも太陽表面からの高さを意味するわけではないが、この先端の上昇はフレアループの形成に伴うループトップの位置の上昇とみてよいだ

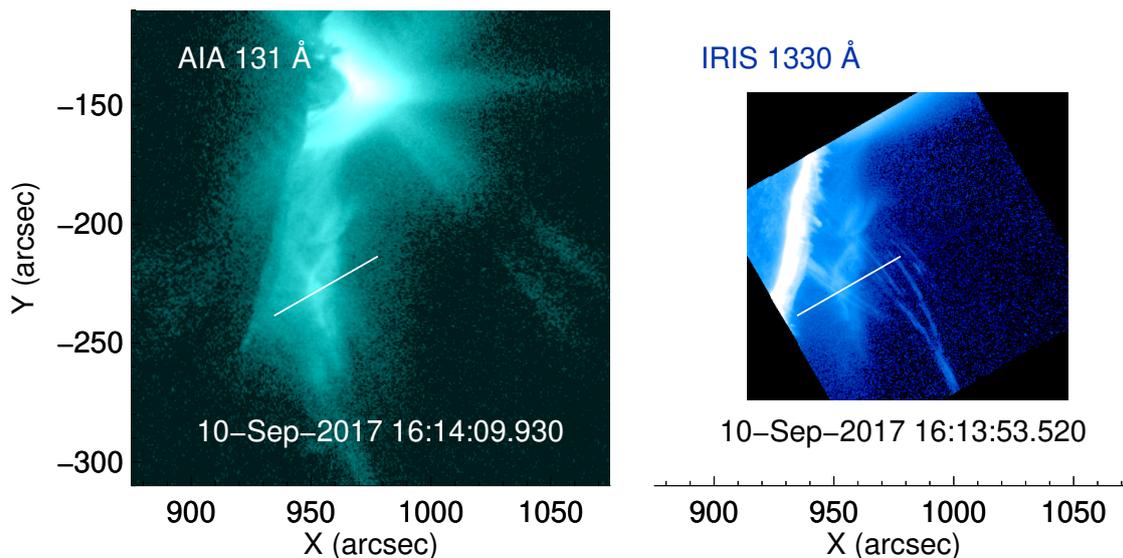


図 4.1.1 *SDO/AIA* 131 Å および (左) *IRIS* 1330 Å (右) による解析対象のフレアの画像。図中の白い線が図 4.1.2 の解析に用いたスリットの位置を表す。

ろう。次に Doppler 速度 (中央) を見ると、ループトップの位置が上昇しながら周期的な Dopler 速度の変化を見せている。周期はおおよそ 400 秒程度で、ALT 領域の上昇を考慮しなかった Reeves et al. (2020) と同じ結果が得られた。シミュレーションの周期と比べるとかなり長いが、これはフレアのサイズやプラズマパラメータの違いのためだと考えられる。また非熱的速度の図 (右) に着目すると、ちょうど ALT 領域の位置で非熱的速度が大きくなっている。つまりこれらの観測結果は ALT 領域が (i) 時間とともに上昇しながら、(ii) 振動をし、(iii) 乱流に覆われている、という本シミュレーションで得られた ALT 領域の描像と定性的に合致するものである。

## 4.2 過去のシミュレーション研究との比較

過去にも三次元の MHD シミュレーションを実行し、ALT 領域に不安定性が生じたと報告する研究は存在する。Shen et al. (2022) の 3D MHD シミュレーションでは、磁気音叉の中央部 (磁気音叉の窪み) において不安定性が生じ、supra-arcade downflow が発達したが、彼らはこれを Rayleigh-Taylor 不安定性と Richtmyer-Meshkov 不安定性によるものと解釈している。また Ruan et al. (2022) も 3D MHD シミュレーションを実施し、彼らは Kelvin-Helmholtz 不安定性が生じたことにより乱流が形成されたと主張した。我々のシミュレーションにおいても磁気音叉の窪みに不安定性が見られたものの

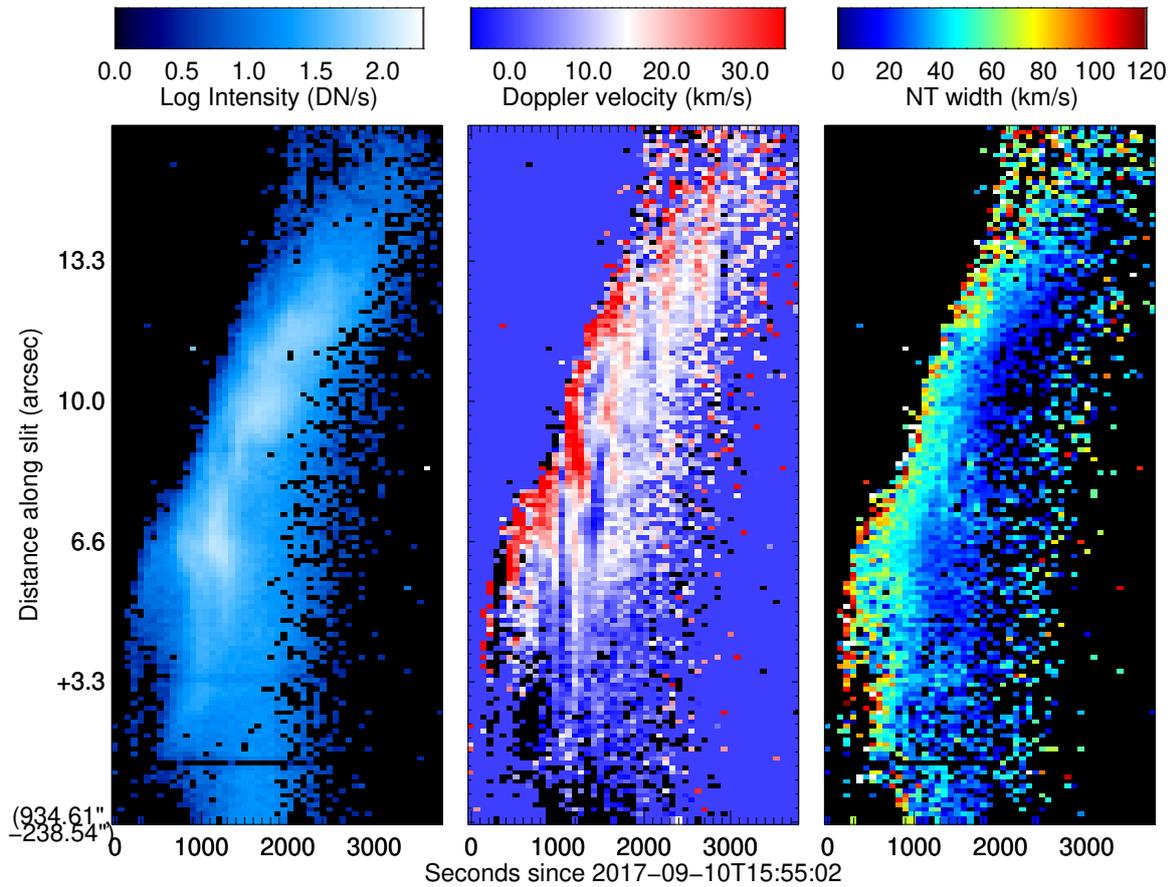


図 4.1.2 スリットに沿った *IRIS* Fe XXI 線のガウシアンフィッティングから得られた強度 (左)、Doppler 速度 (中央)、非熱的速度 (右) を示す。いずれのパネルも横軸は時間、縦軸はスリット上の座標を表す。中央のパネルのカラーマップの色の中心は  $0 \text{ km s}^{-1}$  ではなく、 $15 \text{ km s}^{-1}$  であることに注意。

の、我々は磁気音叉の角 (bad curvature) で生じる圧力駆動不安定性および遠心力駆動の Rayleigh-Taylor 不安定性の方が成長率が大きく重要であることを示した。

我々のシミュレーション設定は彼らの設定と一部相違点があることに留意したい。Shen et al. (2022) のシミュレーションでは重力項や放射冷却の効果を含めて計算している。また彼らは最初から 3D シミュレーションをしたわけではなく、途中まで 2D でシミュレーションを実行し、フレアループが形成されてから 3D シミュレーションをしている点も我々と異なる。Ruan et al. (2022) のシミュレーションについても重力項や放射冷却が含まれている他、Adaptive Mesh Refinement (AMR) を使用している点が我々と異なる。また彼らはフレアループの断面におけるせん断速度の性質から Kelvin-Helmholtz 不安定性が起こっていることを主張したが、線形段階のゆらぎについては詳

細解析していない点に注意したい。また我々のシミュレーションでは重力項や放射冷却項を加えていないが、これらの要素はさほど重要にはならないということも記しておく。ALT 領域のサイズで free fall タイムスケールを概算すると  $t_{\text{free fall}} \sim \sqrt{L_0/g_\odot} \sim 100$  s となり、不安定性の成長するタイムスケールに比べて十分長い。また放射冷却に関しても、Sutherland & Dopita (1993) の放射冷却関数を参考に冷却時間を見積もると  $t_{\text{cooling}} \sim 3n_e k_B T / (n_e n_H \Lambda(T)) \sim$  数十分となり、十分無視できることが分かる。

### 4.3 磁気シアの影響

現実のフレアでは磁力線のねじれ（磁気シア）が不安定性の成長を妨げる可能性も考えられる。しかしながら、我々は磁気シアによる不安定性抑止の効果はそれほど重要でないことを確認した。我々は磁気音叉の角の領域で磁力線のねじれがどの程度存在するかを調べた。図 4.3.1(a) は熱伝導を含まないモデルの時刻  $t = 440$  s における ALT 領域の様子であるが、図中の白線の位置にスリットを置き、このスリット上で磁力線のねじれの角度

$$\theta = \arctan(B_z/B_x) \quad (4.3.1)$$

を高さ  $y$  の関数として求めた。この結果を図 4.3.1(b) に示すが、部分的にシアの大きさ  $|\theta|$  が大きくなることはあるものの、全体を通してみればシアが 0 の領域も多く  $\theta$  の空間平均もほぼ 0 とみなせるだろう。ALT 領域にはそれほど強力な磁気シアが存在しないことから、磁気シアによる不安定性抑止の効果はそれほど重要ではないと考えられる。

シミュレーション内のフレアには磁気シアが存在しなくとも、太陽の活動領域スケールの大域的な磁場に磁気シアが存在する場合もある。しかしそのようなケースでも、ALT 領域と活動領域のスケール差から ALT 領域のスケールではほとんど磁気シアが重要でないことを確認した。ALT 領域を通る磁束量の大きさは

$$\Phi_{\text{ALT}} \sim B_{\text{out}} w L_z \quad (4.3.2)$$

と表せる。ここで  $B_{\text{out}}$  リコネクションアウトフロー領域における磁束密度で、 $w$  は ALT 領域の大きさ ( $\approx$  磁気音叉の角の長さ)、 $L_z$  はフレアループの奥行方向の長さである。また無次元リコネクション率を  $\xi$ 、インフロー領域の磁場の強さを  $B_{\text{in}}$  とすると、 $B_{\text{out}} \sim \xi B_{\text{in}}$  と表せる。この関係を用いて ALT 領域を通過する磁束量を概算すると

$$\Phi_{\text{ALT}} \approx 10^{18} \text{ Mx} \left( \frac{\xi}{10^{-2}} \right) \left( \frac{w/L_y}{10^{-2}} \right) \left( \frac{B_{\text{in}}}{100 \text{ G}} \right) \left( \frac{L_y}{10^{10} \text{ cm}} \right) \left( \frac{L_z}{10^{10} \text{ cm}} \right) \quad (4.3.3)$$

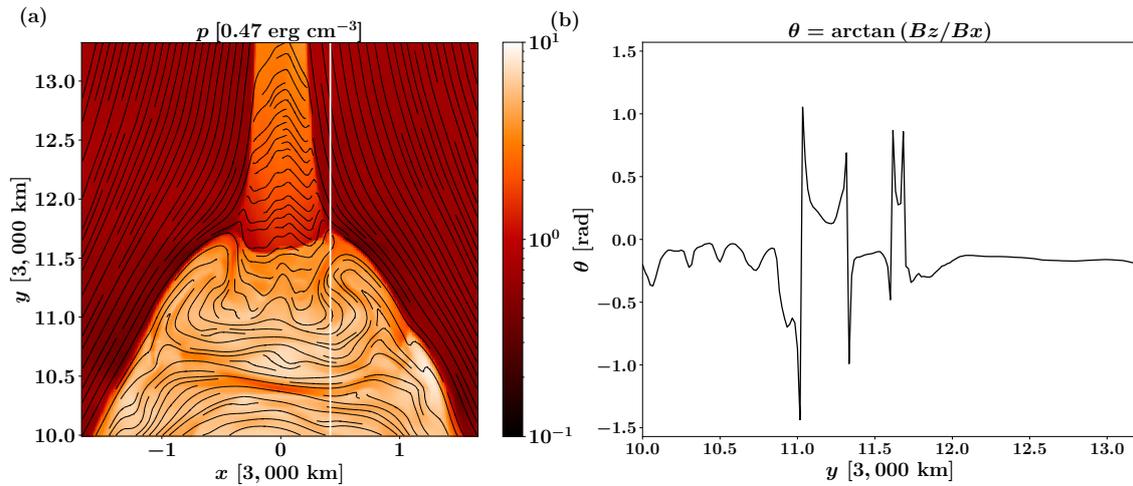


図 4.3.1 パネル (a) は時刻  $t = 440$  s における熱伝導を含まないフレアの圧力分布と磁力線（黒線）および解析に用いたスリット（白線）を表す。パネル (b) はスリット上における磁気シアの角度  $\theta$  を  $y$  の関数で表示したものの。

である。活動領域の大きさにおける磁束量は典型的に  $10^{21} - 10^{23}$  Mx であることを考慮すると、ALT 領域を通過する磁束量は十分小さい。そのため活動領域にわたる大域的な磁場が磁気シアを持っていたとしても、ALT 領域のスケールではまっすぐな磁場にしか見えず、不安定性を抑止するほど磁気シアは効かないであろう。以上より、磁気シアの影響はほとんどないことを確かめた。

#### 4.4 乱流的な磁力線が電子加速に果たす役割

衝撃波を介した統計的な加速（Diffusive shock acceleration）が起こるためには、加速によるエネルギーゲインが衝突によるエネルギーロスを上回らなければならない。つまり、電子加速が効率的に起こるためには元々電子がある一定以上のエネルギーをもっていなければならないと考えられる。この電子が満たすべき最初の注入エネルギーが高すぎるという問題を pre-acceleration 問題と呼ぶ。

古典的な水平終端衝撃波を仮定した場合、磁力線と衝撃波面がほぼ水平であるため、電子が効率的に衝撃波の前・後面を行き来しにくい。このため必要な電子の注入エネルギーは大きくなり、 $20 - 100$  keV (Bai et al. 1983) と周囲の熱速度を大幅に超えてしまう。し

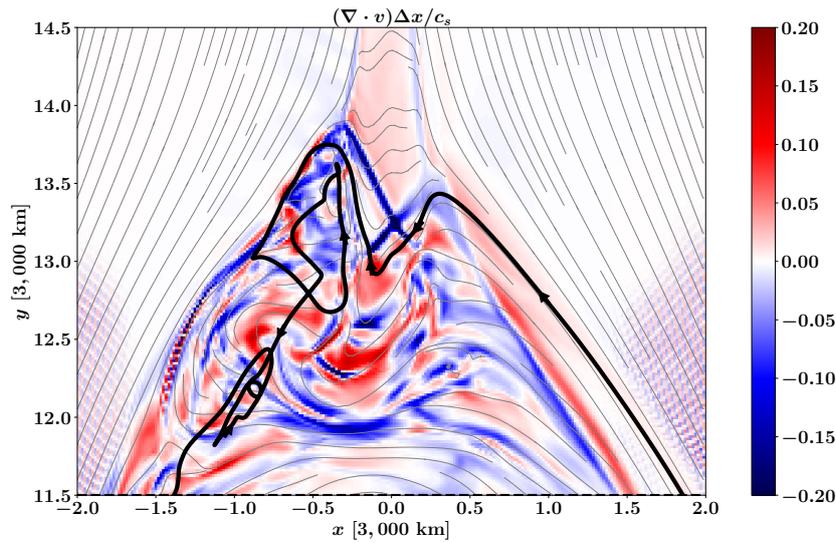


図 4.4.1 熱伝導を含むモデルの時刻  $t = 616$  s、平面  $z = 0$  における規格化した速度発散  $(\nabla \cdot v)\Delta x/c_s$  (背景色) および 3 次元的に追跡した磁力線の一つを平面に射影した磁力線 (黒の太線) を表す。細い灰色線は磁場の平面成分について流線を描いたものである。

かし、斜め衝撃波を仮定した場合は衝撃波の前後面を繋ぐ磁力線ができ、加速が効率的になるため、必要な注入エネルギーは下がるだろうと考えられる (Tsuneta & Naito 1998)。

もう一つ加速を効率的にする要因として、乱流的な磁力線が挙げられる。衝撃波面を何度も通過しているような磁力線が存在すれば、その磁力線に沿って電子は容易に衝撃波の前後面を行き来することができるだろう。我々はそのような磁力線が存在し得ることを示した。図 4.4.1 は熱伝導を含むモデルの時刻  $t = 616$  s における速度の発散および追跡したある一本の磁力線 (太線) を表す。この磁力線は中央部の “X” 型の衝撃波の下端を二度通過している他、ALT 領域内を上がったたり下がったりと複雑な形状を描いている。このような磁力線が電子加速に与える影響についても今後の考察の対象としたい。

## 4.5 今後の課題

今後の課題として、研究の必要性がありそうなものを以下にまとめる。

1. 本研究では奥行方向に薄い計算領域でシミュレーションをした。そのため、奥行方向の不安定性について十分な波数スケールでフーリエパワースペクトルを求めるこ

とができなかった。また奥行方向が薄いと、その後の粒子計算においても現実の粒子軌道とは異なる結果を示す恐れがある。より現実的に近づけるために奥行方向に長いシミュレーションをする必要があるだろう。

2. 本研究のモデルではリコネクションポイントより下側の領域しか解いていないため、リコネクション領域や CME 領域における電子加速は議論できない。Takahashi et al. (2017) のような CME 領域も含めた大域的な磁力線構造をもつ初期条件でも 3D シミュレーションができれば、複数の領域間にまたがる包括的な議論ができるだろう。
3. 本研究のフレアのモデルは単純化した磁力線構造を仮定している。一方、Dahlin et al. (2022) はガイド磁場の時間的な変動が粒子加速のタイミングに影響を与える可能性について議論している。より現実的なガイド磁場の構造の下でシミュレーションを試し、結果を比較してみる必要があるだろう。
4. 本シミュレーションではプラズモイドが生じない設定であったが、より現実のフレアに近づけるためには、プラズモイドの再帰的な放出 (Kliem et al. 2000)、プラズモイドの合体 (Tajima et al. 1987, Jelínek et al. 2017)、準周期的なりコネクション (Craig & McClymont 1991, Nakariakov et al. 2006, McLaughlin et al. 2009, Thurgood et al. 2017) といった要素を加味する必要があるだろう。

## 第5章

# 展望（粒子計算コードの開発）

これまでに ALT 領域の MHD スケールの性質について述べてきた。我々は研究の次のステップとして、MHD シミュレーションで得られたデータを背景として粒子の運動を解き、ALT 領域が粒子加速にどう影響を与えるのかを調べようとしている。修士論文を執筆している段階では粒子計算研究は途上であるため、本章では粒子計算の手法および計算コードのテスト、2次元フレアの上で実験的に粒子を動かした結果について述べる。

### 5.1 手法

本研究においては、電子の運動のみを考える。電子はローレンツ力のみを受けて運動するとする。つまり運動方程式は

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = e \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right) \quad (5.1.1)$$

である。ここで  $m$  は電子質量、 $e$  は電荷素量、 $\mathbf{v}$  は電子の速度、 $\mathbf{E}$  は電場、 $\mathbf{B}$  は磁場である。しかし方程式 (5.1.1) をそのまま計算することには問題がある。それはジャイロ運動である。ローレンツ力を受ける荷電粒子は磁力線の周りを回転する運動を見せる。このジャイロ運動の回転半径は

$$r_L = \frac{mv_{\perp}}{eB} \quad (5.1.2)$$

で与えられる (Larmor 半径)。ここで  $v_{\perp}$  はジャイロ運動の回転速度である。今、太陽フレアにおける高エネルギー電子を考えると、 $B \approx 10$  G、 $v_{\perp} \approx c$  (光速) として Larmor 半径を概算すると、およそ数 cm となる。これは太陽フレアのスケールと比較すると非常に小さいため、この運動を空間分解した数値計算をすることは困難である。

### 5.1.1 Guiding-center 近似法

この問題を解決する手法として、guiding-center 近似法 (Northrop & Scott 1964) がある。これは、ジャイロ運動の回転中心 (guiding-center) の運動だけを解き、電子のジャイロ運動は無視するという近似である。我々はこの guiding-center 近似法を取り入れることで計算コストを抑えることを試みた。

Guiding-center 方程式の基礎方程式は

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{u} + v_{\parallel} \mathbf{b}, \quad (5.1.3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & \mathbf{u}_E + \frac{m}{e} \frac{v_{\parallel}^2}{B} [\mathbf{b} \times (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{b}] + \frac{m}{e} \frac{\mu}{B} [\mathbf{b} \times (\nabla B)] \\ & + \frac{m}{e} \frac{v_{\parallel}}{B} [\mathbf{b} \times (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{u}_E] + \frac{m}{e} \frac{v_{\parallel}}{B} [\mathbf{b} \times (\mathbf{u}_E \cdot \nabla) \mathbf{b}] \\ & + \frac{m}{e} \frac{1}{B} [\mathbf{b} \times (\mathbf{u}_E \cdot \nabla) \mathbf{u}_E], \end{aligned} \quad (5.1.4)$$

$$\frac{dv_{\parallel}}{dt} = \frac{e}{m} \mathbf{E} \cdot \mathbf{b} - \mu (\mathbf{b} \cdot \nabla B) + v_{\parallel} \mathbf{u}_E \cdot ((\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{b}) + \mathbf{u}_E \cdot ((\mathbf{u}_E \cdot \nabla) \mathbf{b}), \quad (5.1.5)$$

$$\frac{d\mu}{dt} = 0 \quad (5.1.6)$$

である (e.g. Gordovskyy et al. 2010)。ここで  $\mathbf{b}$  は磁力線の方向を示す単位ベクトルである。また  $\mathbf{u}_E = \frac{c\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B}$  は  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  ドリフトの速度である。 $\mu = \frac{v_{\perp}^2}{2B}$  ( $v_{\perp}$  はジャイロ運動の回転速度) は磁気モーメントを表し、式 (5.1.6) によりこの量は不変である。

Guiding-center 近似の下では、粒子の運動は2つの種類に分類できる。磁力線に垂直な向きに運動するドリフト運動 (5.1.4) と、磁力線に沿った方向に加速および減速する運動 (5.1.5) である。式 (5.1.5) の右辺の第一項、第二項はそれぞれ電場、磁気ミラーによる粒子の加速・減速を表す。第三項は磁力線の方向が変わることによる影響を表す。これらの基礎方程式の導出は付録 A を参照されたい。

今回は非相対論的な方程式を用いたが、太陽の高エネルギー電子は光速近くまで達する可能性があるため、エネルギーに関して厳密な議論をするためには相対論を考慮した方程式が必要である。相対論を考慮した guiding-center 近似に関しては Ripperda et al. (2018), Mignone et al. (2023) を参照されたい。

### 5.1.2 コードの設計

粒子計算コードの開発には Athena++ (Stone et al. 2020) のコードを利用した。粒子が加速される時間スケールはフレアループが成長する時間スケールに比べて十分小さいた

め、あらかじめ計算しておいた MHD シミュレーションのある時間におけるデータを読み込ませ、その後に粒子の運動だけを解けばよい。Athena++ には流体や磁場の時間発展を計算しないようにするオプションが存在するため、流体や磁場の計算をストップさせた上で粒子の運動だけを解くことができる。

粒子の運動の時間積分には三次ルンゲクッタ法を用いた。また粒子の位置における電場・磁場の値はセル中心の電場・磁場の値を線形補完した値を用いることとする。またシミュレーションの時間刻みはセルの大きさを光速で割った値  $\Delta t = \Delta x/c$  とした。

## 5.2 テスト計算

我々は ALT 領域における粒子の軌道を計算する前に、開発したコードの精度がどのくらいであるかを調べるために以下のようなテスト計算を行った。

### 5.2.1 テスト問題の設定

ベクトルポテンシャルを

$$A_z(x, y, z) = A_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right) \quad (5.2.1)$$

とおく。ここで  $A_0 = B_0 L_0$ ,  $\sigma^2 = 0.5L_0^2$  である。このとき磁場は

$$B_x(x, y, z) = \frac{\partial A_z}{\partial y} = -\frac{2yA_0}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right) \quad (5.2.2)$$

$$B_y(x, y, z) = -\frac{\partial A_z}{\partial x} = \frac{2xA_0}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right) \quad (5.2.3)$$

$$B_z(x, y, z) = 0 \quad (5.2.4)$$

で与えられるが、これは磁気圧勾配力と磁気張力が釣り合う force-free 磁場（原点を除く）となる。この磁場を背景場として用いる。もし電子の初速度が磁場に平行な成分しかもたなかった場合 ( $v_\perp = 0, v_\parallel \neq 0$ )、理論上電子は一切の加速・減速・ドリフト運動を行わないため、テスト計算に用いるのに都合がよい。

本テスト計算では、 $x$  軸 ( $y = z = 0$ ) 上に 8 個の電子を  $-1.0L_0 \leq x \leq 1.0L_0$  の範囲に均等に分布させた。また全ての電子に同一の初速度  $(v_x, v_y, v_z) = (0, v_0, 0)$  を与えた。ここで  $v_0 = 200c_{\text{iso},0} \approx 0.1c$  である。初期条件の磁場の様子と粒子の位置を図 5.2.1 に示す。

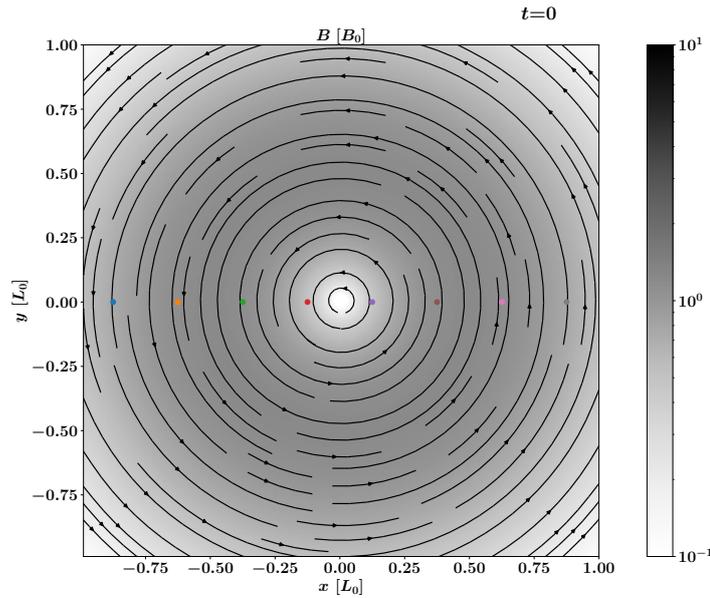


図 5.2.1 テスト計算の初期条件。背景の濃淡は磁場の大きさを表す。黒い線は磁力線を表す。8つの点は電子の初期位置を表す。

## 5.2.2 テスト計算の結果

電子の運動の様子を図 5.2.2 に示す。電子の初速度は磁力線に平行な成分 ( $v_{\parallel} = v_0$ ) しかもたないため、電子は円状の磁力線に沿って等速度で運動することになる。最も内側の電子が円を一周するのにかかる時間はおおよそ 0.07 s である。初期条件は完全に左右対称であるため、理論上はどの時刻も左右対称になるはずであるが、時刻  $t = 0.074$  s における最も内側の電子の位置に注目すると、対称な位置からややずれが見られた。

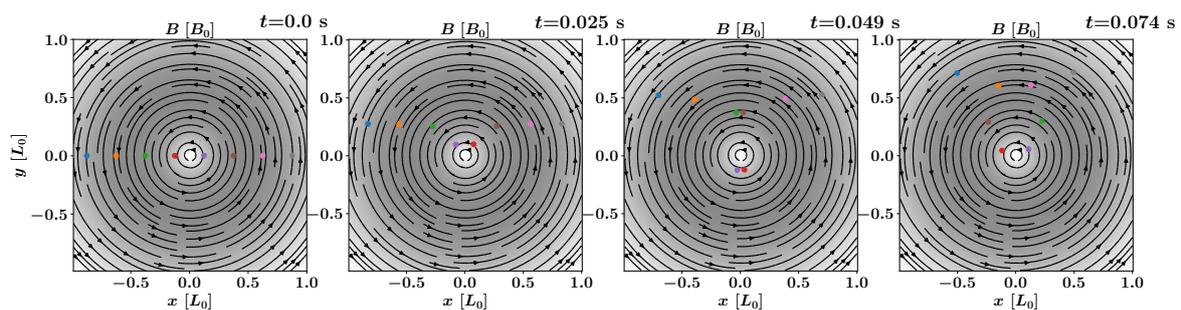


図 5.2.2 粒子の運動の様子。背景の濃淡は磁場の大きさを表し、黒い線は磁力線を表す。8つの点は電子の位置を表し、色は電子を識別するためにつけた。

定量的に誤差を評価するために、電子の原点からの距離  $r$  と電子の速度  $|v|$  の時間変化を調べた。図 5.2.3 は 8 つの電子の中心からの距離  $r$  と速さ  $|v|$  をそれぞれ時刻  $t = 0$  における値で割ったものの時間変化を表す。中心からの距離についてはどの電子も誤差が 1% 以内に収まっていた。速度の誤差については中心からの距離の誤差よりも大きく、数 % 程度の誤差が見られた。これらの誤差は

1. セルの数を増やす。
2. 時間積分に 4 次精度のルンゲクッタ法を用いる。またエネルギーが保存される Leqp-Frog 法的一种である Boris 法 (Boris, Jay P. 1970) を用いる。
3. セル中心ではなく、セルの角で定義される磁場の値を基に線形補完する。

により小さくすることができると期待されるが、これらは今後の課題としたい。

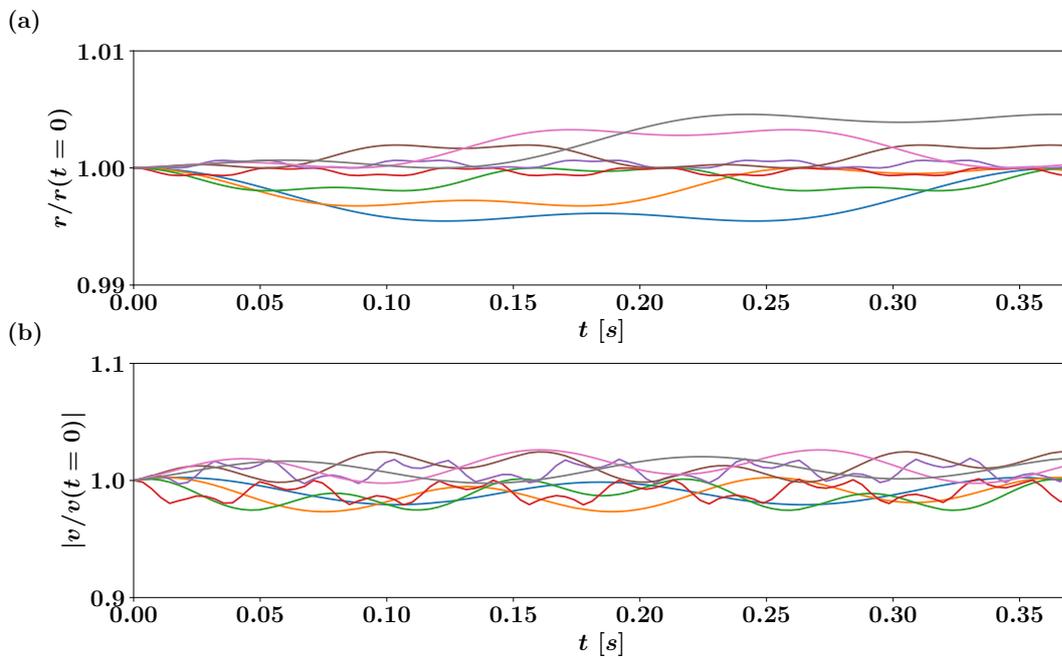


図 5.2.3 8 つの電子それぞれについて、中心からの距離  $r$  の初期値との比 (a) および電子の速度  $|v|$  の初期値との比 (b) の時間発展を示す。線の色は図 5.2.2 における電子の色と対応する。

## 5.3 二次元フレア+粒子計算

修士論文執筆段階では、二次元フレアの MHD シミュレーションを背景場とした粒子計算までを行うことができた。解析は中途段階であるが、シミュレーション結果の概観までを述べる。

### 5.3.1 シミュレーションの設定

背景場として使用する MHD シミュレーションの設定は第二章で述べたシミュレーション（熱伝導なし）の設定と同様で、解像度は  $900 \times 1,200$  である。シミュレーション開始後 616 s 経った時刻のデータを粒子計算のバックグラウンドとして使用する。この背景場の上に 4,096 個の粒子を均一に等間隔で置いた。図 5.3.1 に初期条件の粒子のセッティングを示す。

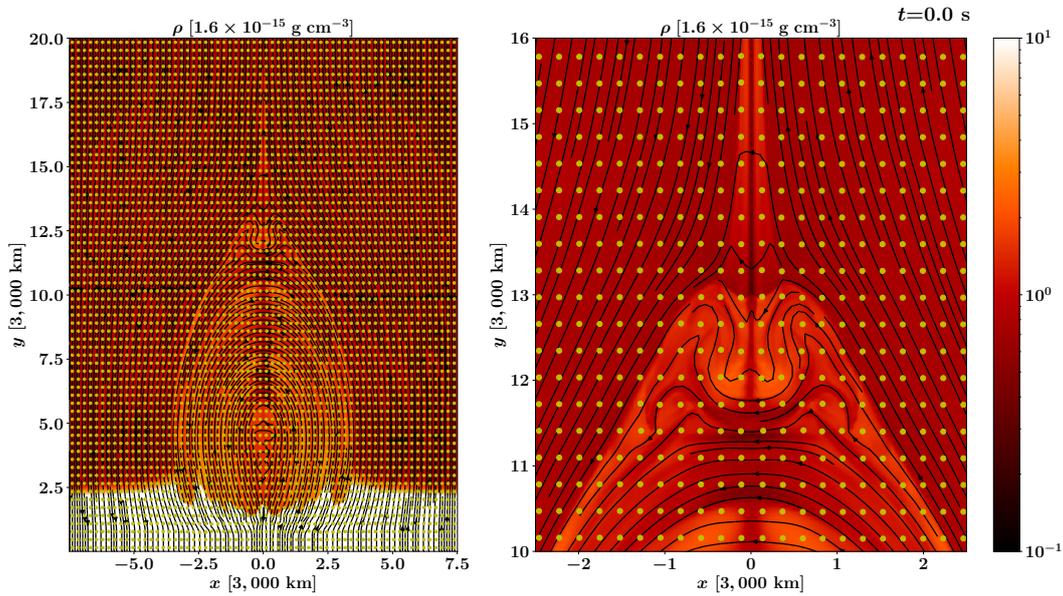


図 5.3.1 2D フレア+粒子計算の初期条件。背景場は MHD シミュレーションの時刻  $t = 616$  s のもので、背景色は密度、黒い線は磁力線を表す。黄色い点は粒子の初期位置である。左が全体像、右が ALT 領域の拡大図を表す。

粒子速度の初期条件としては、マクスウェル速度分布

$$f(v) = 4\pi v^2 \left( \frac{m_e}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{m_e v^2}{2k_B T} \right) \quad (5.3.1)$$

を仮定し、その最大確率速度 ( $\frac{\partial f(v)}{\partial v} = 0$  となる速度)

$$v_{\text{mp}} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m_e}} \sim 7,800 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{1/2} \text{ km s}^{-1} \quad (5.3.2)$$

を粒子の初期の速さとした。これは電子ガスの音速と同程度である。温度  $T$  は各粒子の初期位置が所属するセルの温度  $T$  の値を用いた。初期のピッチ角は均等にランダムで与えた。0 から 360 までの整数の中からランダムに選ばれた整数  $r$  に対し

$$v_x = v_{\text{mp}} \cos\left(2\pi \frac{r}{360}\right) \quad (5.3.3)$$

$$v_y = v_{\text{mp}} \sin\left(2\pi \frac{r}{360}\right) \quad (5.3.4)$$

として初期の粒子速度をプログラムした。速度の絶対値は本来マクスウェル分布をもとにランダムで与えるべきであるが、今回は簡単のため全粒子の速さは  $v_{\text{mp}}$  で一定とした。

### 5.3.2 結果

図 5.3.2 に結果を示す。パネル (a) に 5 つの電子の軌道を抽出し、図示した。磁気ミラーの効果により狭い領域で往復運動を繰り返す電子が多い一方で、id=1 の電子など磁力線に沿って広い領域を走るものも存在した。パネル (b)(c) にはそれぞれ電子の速度の磁力線に平行な成分、ドリフト運動成分の時間発展を示す。id=1 の粒子は磁力線に沿って高速（光速の 50% 程度）で移動するものの、ドリフト運動の速度はそこまで大きくなかった。一方、id=3 の電子は磁気音叉の窪みを低速で往復するばかりであったが、その分ドリフト運動の速度が他の電子に比べて大きかった。

時間の都合上、粒子計算に関しては詳細な観測ができなかったが、今後はもう少し解析する電子の数を増やし、電子の加速場所の特定や統計的な性質について議論していきたい。また、三次元のモデルや熱伝導を加えたモデルについても粒子計算をし、モデルの違いによって電子のエネルギーや軌道がどう変わるかを調べることも今後の課題としたい。特に 4.4 節で述べたような、三次元のモデルで存在する乱流的な磁力線が果たす役割を明らかにしたい。

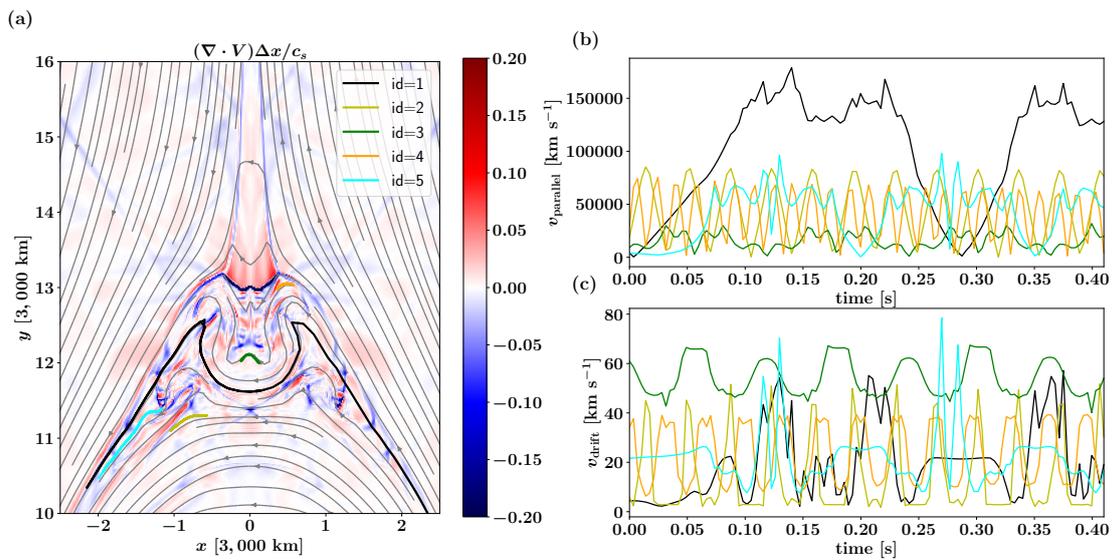


図 5.3.2 パネル (a) は規格化した流体速度の発散（背景色）および 5 つの電子の軌道を示す。灰色の線は磁力線を表す。パネル (b) は各電子の速度の磁力線に平行な成分の時間発展を示す。パネル (c) は各電子のドリフト運動の速さの時間発展を示す。同じ電子に対してパネル (a),(b),(c) の線の色は共通である。

## 謝辞

何よりもまず、本研究の共同研究者であり指導者であった高棹真介助教に感謝を申し上げます。高棹助教からは研究やプラズマ物理のことに留まらず、プレゼンテーションや文章作成、プログラミングなど多くのことを学ばせていただきました。卒業研究の頃から合わせて3年間、本当にありがとうございました。長峯健太郎教授、井上芳幸准教授にも修士論文の指導やプレゼンテーションの指導でお世話になりました。また私の見えないところで宇宙進化グループの研究・教育環境を維持するために働いてくださり、大変感謝しております。宇宙進化グループのポスドク、先輩方、同級生、後輩の皆様とはプレゼンテーションや学会原稿を見せ合い切磋琢磨することができた他、日々のかげがえのない日常会話が私の精神の支えとなりました。ここに感謝を申し上げます。特に山本凌也君と海野真輝君とは議論・話し合いをする機会が多く、お世話になりました。最後に、私を陰から経済的・心理的に支えてくださった家族にも感謝したいと思います。

本研究成果の一部は、大阪大学サイバーメディアセンターの SQUID を利用して得られたものです。数値計算の一部は国立天文台天文シミュレーションプロジェクトの Cray XC 50 で行われました。粒子計算コードの開発には国立天文台の岩崎一成氏のコードを参考にさせていただきました。本修士論文の一部である Shibata et al. (2022) の執筆に関しては Katharine K. Reeves 氏の協力を頂きました。

# 参考文献

- Bai, T., Hudson, H. S., Pelling, R. M., et al. 1983, *ApJ*, 267, 433
- Benz, A. O. 2012, *Plasma astrophysics: Kinetic processes in solar and stellar coronae*, Vol. 184 (Springer Science & Business Media)
- Boris, Jay P., Shanny, R. A. 1970, *Proceedings of the Conference on the Numerical Simulation of Plasmas (4th) Held at the Naval Research Laboratory, Washington, D.C. on 2, 3 November 1970*
- Carmichael, H. 1964, in *NASA Special Publication*, Vol. 50, 451
- Chen, B., Shen, C., Gary, D. E., et al. 2020, *Nature Astronomy*, 4, 1140
- Cheung, M. C. M., Martínez-Sykora, J., Testa, P., et al. 2022, *ApJ*, 926, 53
- Craig, I. J. D., & McClymont, A. N. 1991, *ApJ*, 371, L41
- Dahlin, J. T., Antiochos, S. K., Qiu, J., & DeVore, C. R. 2022, *ApJ*, 932, 94
- Doschek, G. A., McKenzie, D. E., & Warren, H. P. 2014, *ApJ*, 788, 26
- Fletcher, L., Dennis, B. R., Hudson, H. S., et al. 2011, *Space Sci. Rev.*, 159, 19
- Freidberg, J. P. 2014, *Ideal MHD*
- Gordovskyy, M., Browning, P. K., & Vekstein, G. E. 2010, *A&A*, 519, A21
- Hara, H., Watanabe, T., Matsuzaki, K., et al. 2008, *PASJ*, 60, 275
- Hellwig, G. 1955, *Zeitschrift Naturforschung Teil A*, 10, 508
- Hirayama, T. 1974, *Sol. Phys.*, 34, 323
- Holman, G. D., Aschwanden, M. J., Aurass, H., et al. 2011, *Space Sci. Rev.*, 159, 107
- Hudson, H. S. 2011, *Space Sci. Rev.*, 158, 5
- Jelínek, P., Karlický, M., Van Doorselaere, T., & Bárta, M. 2017, *ApJ*, 847, 98
- Kigure, H., Takahashi, K., Shibata, K., Yokoyama, T., & Nozawa, S. 2010, *PASJ*, 62, 993
- Kliem, B., Karlický, M., & Benz, A. O. 2000, *A&A*, 360, 715

- Kong, X., Guo, F., Shen, C., et al. 2020, *ApJL*, 905, L16  
— . 2019, *ApJL*, 887, L37
- Kontar, E. P., Perez, J. E., Harra, L. K., et al. 2017, *Phys. Rev. Lett.*, 118, 155101
- Kopp, R. A., & Pneuman, G. W. 1976, *Sol. Phys.*, 50, 85
- Li, X., Guo, F., Chen, B., Shen, C., & Glesener, L. 2022, *ApJ*, 932, 92
- Liu, W., Chen, Q., & Petrosian, V. 2013, *ApJ*, 767, 168
- Masuda, S., Kosugi, T., Hara, H., Tsuneta, S., & Ogawara, Y. 1994, *Nature*, 371, 495
- McLaughlin, J. A., De Moortel, I., Hood, A. W., & Brady, C. S. 2009, *A&A*, 493, 227
- Mignone, A., Haudemand, H., & Puzzoni, E. 2023, *Computer Physics Communications*, 285, 108625
- Miyoshi, T., & Kusano, K. 2005, *Journal of Computational Physics*, 208, 315
- Nakariakov, V. M., Foullon, C., Verwichte, E., & Young, N. P. 2006, *A&A*, 452, 343
- Nishizuka, N., & Shibata, K. 2013, *Phys. Rev. Lett.*, 110, 051101
- Northrop, T. G. 1961, *Annals of Physics*, 15, 79
- Northrop, T. G., & Scott, F. R. 1964, *American Journal of Physics*, 32, 807
- Petrosian, V. 2012, *Space Sci. Rev.*, 173, 535
- Petrosian, V., Donaghy, T. Q., & McTiernan, J. M. 2002, *ApJ*, 569, 459
- Petrosian, V., Yan, H., & Lazarian, A. 2006, *ApJ*, 644, 603
- Reeves, K. K., Polito, V., Chen, B., et al. 2020, *ApJ*, 905, 165
- Rempel, M. 2014, *ApJ*, 789, 132  
— . 2017, *ApJ*, 834, 10
- Ripperda, B., Bacchini, F., Teunissen, J., et al. 2018, *ApJS*, 235, 21
- Ruan, W., Yan, L., & Keppens, R. 2022, *arXiv e-prints*, arXiv:2210.09856
- Shen, C., Chen, B., Reeves, K. K., et al. 2022, *Nature Astronomy*, doi:10.1038/s41550-021-01570-2
- Shen, C., Kong, X., Guo, F., Raymond, J. C., & Chen, B. 2018, *ApJ*, 869, 116
- Shibata, K. 1999, *Ap&SS*, 264, 129
- Shibata, K., & Magara, T. 2011, *Living Reviews in Solar Physics*, 8, 6
- Shibata, K., Masuda, S., Shimojo, M., et al. 1995, *ApJ*, 451, L83
- Shibata, K., Takasao, S., & Reeves, K. K. 2022, *arXiv e-prints*, arXiv:2212.05802
- Somov, B. V., & Kosugi, T. 1997, *ApJ*, 485, 859
- Stone, J. M., & Gardiner, T. 2009, *New A*, 14, 139

Stone, J. M., Tomida, K., White, C. J., & Felker, K. G. 2020, *ApJS*, 249, 4  
Sturrock, P. A. 1966, *Nature*, 211, 695  
Sutherland, R. S., & Dopita, M. A. 1993, *ApJS*, 88, 253  
Tajima, T., Sakai, J., Nakajima, H., et al. 1987, *ApJ*, 321, 1031  
Takahashi, T., Qiu, J., & Shibata, K. 2017, *ApJ*, 848, 102  
Takasao, S., Matsumoto, T., Nakamura, N., & Shibata, K. 2015, *ApJ*, 805, 135  
Takasao, S., & Shibata, K. 2016, *ApJ*, 823, 150  
Thurgood, J. O., Pontin, D. I., & McLaughlin, J. A. 2017, *ApJ*, 844, 2  
Tsuneta, S., & Naito, T. 1998, *ApJL*, 495, L67  
Warren, H. P., Brooks, D. H., Ugarte-Urra, I., et al. 2018, *ApJ*, 854, 122  
Yokoyama, T., & Shibata, K. 2001, *ApJ*, 549, 1160

# 付録 A

## 本文中の式の導出について

### A.1 エネルギー原理と圧力駆動不安定性

本文中にて、bad curvature ( $\kappa \cdot \nabla p > 0$ ) は不安定であることを述べたが、これはエネルギー原理により説明できる。本節ではエネルギー原理の導入と圧力駆動不安定性の成長率 (2.2.8) の導出についてまとめる。

#### A.1.1 ゆらぎの線形解析

エネルギー原理の前に、平衡状態にあるプラズマにゆらぎを加えるとどのような力が生じるのかを調べよう。理想 MHD 方程式系

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla p - \frac{\mathbf{j} \times \mathbf{B}}{c} = 0 \quad (\text{A.1.1})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{A.1.2})$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0 \quad (\text{A.1.3})$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) (p \rho^{-\gamma}) = 0 \quad (\text{A.1.4})$$

で支配されるプラズマを考える。最初このプラズマは物理量  $\{\rho_0, p_0, \mathbf{B}_0, \mathbf{j}_0, \mathbf{v}_0\}$  にて平衡状態にあり、ここに線形段階 (一次) のゆらぎ  $\{\rho_1, p_1, \mathbf{B}_1, \mathbf{j}_1, \mathbf{v}_1\}$  がわずかに加わったとする。

まず、平衡条件から 0 次の項は

$$\nabla p_0 = \frac{\mathbf{j}_0 \times \mathbf{B}_0}{c} \quad (\text{A.1.5})$$

$$\nabla \times \mathbf{B}_0 = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_0 \quad (\text{A.1.6})$$

$$\mathbf{v}_0 = 0 \quad (\text{A.1.7})$$

を満たしているとする。このとき、一次の項は

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + \nabla p_1 - \frac{\mathbf{j}_0 \times \mathbf{B}_1 + \mathbf{j}_1 \times \mathbf{B}_0}{c} = 0 \quad (\text{A.1.8})$$

$$\nabla \times \mathbf{B}_1 - \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_1 = 0 \quad (\text{A.1.9})$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}_1) = 0 \quad (\text{A.1.10})$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0) = 0 \quad (\text{A.1.11})$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} + (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) p_0 + \gamma p_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_1 = 0 \quad (\text{A.1.12})$$

を満たす。ここで、平衡位置からのずれを表す量として  $\boldsymbol{\xi} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$  を導入する。これを用いると、速度ゆらぎの一次の項は

$$\mathbf{v}_1 = \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t} \quad (\text{A.1.13})$$

と書ける。 $\mathbf{B}_1, \rho_1, p_1$  についても  $\boldsymbol{\xi}$  の関数で表すと、それぞれ (A.1.14)(A.1.10)(A.1.12) を時間積分することにより

$$\mathbf{B}_1 = \nabla \times (\boldsymbol{\xi} \times \mathbf{B}_0) \quad (\text{A.1.14})$$

$$\rho_1 = \nabla \cdot (\rho_0 \boldsymbol{\xi}) \quad (\text{A.1.15})$$

$$p_1 = -\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla p_0 - \gamma p_0 \nabla \cdot \boldsymbol{\xi} \quad (\text{A.1.16})$$

となる。

式 (A.1.8) より、運動方程式を  $\boldsymbol{\xi}$  を用いて表すと

$$\rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{\xi}}{\partial t^2} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\xi}) \quad (\text{A.1.17})$$

である。ここで、 $\mathbf{F}(\boldsymbol{\xi})$  は

$$\begin{aligned}\mathbf{F}(\boldsymbol{\xi}) &= -\nabla \left( p_1 + \frac{\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{B}_1}{4\pi} \right) + \frac{1}{4\pi} ((\mathbf{B}_0 \cdot \nabla) \mathbf{B}_1 + (\mathbf{B}_1 \cdot \nabla) \mathbf{B}_0) \\ &= -\nabla \left[ -(\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla p_0 + \gamma p_0 \nabla \cdot \boldsymbol{\xi}) + \frac{1}{4\pi} ((\mathbf{B}_0 \cdot \nabla \times (\boldsymbol{\xi} \times \mathbf{B}_0)) \right] \\ &\quad + \frac{1}{4\pi} [(\mathbf{B}_0 \cdot \nabla)(\nabla \times (\boldsymbol{\xi} \times \mathbf{B}_0)) + (\nabla \times (\boldsymbol{\xi} \times \mathbf{B}_0) \cdot \nabla) \mathbf{B}_0] \quad (\text{A.1.18})\end{aligned}$$

である。

運動方程式 (A.1.17) を数値的に解いて  $\mathbf{B}_1(\boldsymbol{\xi}), \rho_1(\boldsymbol{\xi}), p_1(\boldsymbol{\xi})$  の振る舞いを調べることもできなくはないが、単に安定性の議論をしたい場合は解の形を仮定して周波数  $\omega$  の式で議論した方が簡単である。ここで、ゆらぎ  $\boldsymbol{\xi}_1(\mathbf{r}, t)$  が  $\boldsymbol{\xi}_1(\mathbf{r}, t) = \boldsymbol{\xi}_1(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)$  という形式で表せると仮定する。このとき運動方程式 (A.1.17) は

$$-\omega^2 \rho \boldsymbol{\xi} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\xi}) \quad (\text{A.1.19})$$

と表せる。これは  $\mathbf{F}$  を演算子、 $\omega^2$  を固有値、 $\boldsymbol{\xi}$  を固有ベクトルとみなした固有値問題と考えることができる。後述するエネルギー原理はゆらぎの運動方程式を固有値問題として見ることで証明が与えられている。

## A.1.2 エネルギー原理のステートメント

まず、パラメータ  $\delta W(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi})$  を以下で定義する。

$$\delta W(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) \equiv -\frac{1}{2} \int \boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{F}(\boldsymbol{\xi}) d\mathbf{r} \quad (\text{A.1.20})$$

ここで  $\mathbf{F}(\boldsymbol{\xi})$  は式 (A.1.18) で定義した  $\mathbf{F}(\boldsymbol{\xi})$  である。このパラメータ  $\delta W$  については後述するが、ゆらぎを加えた際のポテンシャルエネルギーの変化に相当する量である。そしてエネルギー原理とは以下の定理である。

### エネルギー原理

あるプラズマの系が静止状態にあるとする。ここに任意のゆらぎ  $\xi$  を加えても

$$\delta W(\xi^*, \xi) > 0$$

であるならば、その系は安定である ( $\xi^*$  は  $\xi$  の共役複素数)。逆に

$$\delta W(\xi^*, \xi) < 0$$

となる  $\xi$  が存在するならば、その系は不安定である。

エネルギー原理の証明はやや長いため、証明は Freidberg (2014) などの文献に譲ることとする。

### A.1.3 $\delta W$ の具体的な形

$\delta W(\eta, \xi)$  の具体的な形について考える。まずはふつうに  $F$  の式 (A.1.18) を  $\delta W$  の定義 (A.1.20) に代入してみる。ベクトル  $V$  とスカラー  $S$  の間に  $V \cdot \nabla S = \nabla \cdot (SV) - S(\nabla \cdot V)$  が成り立つことに気を付けると

$$\begin{aligned} 2\delta W(\eta, \xi) &= - \int \eta \cdot F(\xi) dr \\ &= \int [(\gamma p_0 (\nabla \cdot \eta) (\nabla \cdot \xi) + (\nabla \cdot \eta) (\xi \cdot \nabla p_0) \\ &\quad + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times (\eta \times B_0)) \cdot \nabla \times (\xi \times B_0) - \frac{1}{4\pi} (\eta \times (\nabla \times B_0)) \cdot \nabla \times (\xi \times B_0)] dr \\ &\quad + \int \nabla \cdot \eta \left[ \frac{1}{4\pi} (B_0 \cdot \nabla \times (\xi \times B_0)) - \gamma p_0 (\nabla \cdot \xi) - (\xi \cdot \nabla p_0) \right] dr \end{aligned} \quad (\text{A.1.21})$$

後半の積分パートにガウスの定理を用いると

$$\begin{aligned} 2\delta W(\eta, \xi) &= \int [(\gamma p_0 (\nabla \cdot \eta) (\nabla \cdot \xi) + (\nabla \cdot \eta) (\xi \cdot \nabla p_0) \\ &\quad + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times (\eta \times B_0)) \cdot \nabla \times (\xi \times B_0) - \frac{1}{4\pi} (\eta \times (\nabla \times B_0)) \cdot \nabla \times (\xi \times B_0)] dr \\ &\quad + \int \mathbf{n}_0 \cdot \eta \left[ \frac{1}{4\pi} (B_{0,in} \cdot B_{1,in}) - \gamma p_0 (\nabla \cdot \xi) - (\xi \cdot \nabla p_0) \right] dS \end{aligned} \quad (\text{A.1.22})$$

となる。ここで  $\mathbf{n}_0$  は積分領域を包む表面に垂直なベクトル、 $B_{0,in}, B_{1,in}$  は積分領域の境界内側における磁場のゆらぎの 0 次、1 次成分である。

一旦  $\delta W$  についての計算をストップし、面積分を考えるために境界条件について考えておこう。積分境界の内側の磁場を  $B_{in}$  としたが、同様に境界外側の磁場を  $B_{ex}$  とお

く。境界における圧力の釣り合いを考えて、

$$p - p_0 + \frac{1}{8\pi}(B_{in}^2 - B_{0,in}^2) = \frac{1}{8\pi}(B_{ex}^2 - B_{0,ex}^2) \quad (\text{A.1.23})$$

が成り立つ。式 (A.1.14) と同様にして  $B_{in}, B_{ex}$  を  $\boldsymbol{\xi}$  で展開すると

$$-\gamma p_0 \nabla \cdot \boldsymbol{\xi} + \frac{1}{4\pi} [\mathbf{B}_{0,in} \cdot (\mathbf{B}_{1,in} + (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla) \mathbf{B}_{0,in})] = \frac{1}{4\pi} [\mathbf{B}_{0,ex} \cdot (\mathbf{B}_{1,ex} + (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla) \mathbf{B}_{0,ex})] \quad (\text{A.1.24})$$

を得る。ここで、

$$\mathbf{n}_0 \times \mathbf{Q} = -\eta_n \mathbf{B}_{0,ex}, \quad \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}_{1,ex} \quad (\text{A.1.25})$$

を満たすベクトルポテンシャル  $\mathbf{Q}, \mathbf{A}$  を導入する。ここで  $\eta_n = \mathbf{n}_0 \cdot \boldsymbol{\eta}$  はゆらぎ  $\boldsymbol{\eta}$  の  $\mathbf{n}_0$  に平行な成分である。このとき、以下のような積分を考えてみよう。

$$\begin{aligned} \int_S \eta_n \mathbf{B}_{0,ex} \cdot \mathbf{B}_{1,ex} dS &= - \int_S (\mathbf{n}_0 \times \mathbf{Q}) \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) dS \\ &= \int_{V_{ex}} (\nabla \times \mathbf{Q}) \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (\text{A.1.26})$$

式 (A.1.22) の面積積分と上記積分 (A.1.26) の差は

$$\int_S \eta_n \left( \frac{1}{4\pi} (\mathbf{B}_{0,in} \cdot \mathbf{B}_{1,in} - \mathbf{B}_{0,ex} \cdot \mathbf{B}_{1,ex}) - \gamma p_0 (\nabla \cdot \boldsymbol{\xi}) - (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla p_0) \right) dS \quad (\text{A.1.27})$$

ここで境界条件 (A.1.24) を用いてゆらぎの一次成分を消去すると

$$\begin{aligned} &\int_S \eta_n (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla) \left( \frac{B_{0,ex}^2}{8\pi} - \frac{B_{0,in}^2}{8\pi} - p_0 \right) dS \\ &= \int_S \eta_n \xi_n \frac{\partial}{\partial n} (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla) \left( \frac{B_{0,ex}^2}{8\pi} - \frac{B_{0,in}^2}{8\pi} - p_0 \right) dS \end{aligned} \quad (\text{A.1.28})$$

と、きれいにまとまる。つまり、(A.1.22) の面積分は式 (A.1.26) と式 (A.1.28) の和で書くことができる。

さて  $\delta W(\boldsymbol{\xi}^*, \boldsymbol{\xi})$  に戻ると、これは結局 3 つの異なる積分領域の積分の和

$$\delta W(\boldsymbol{\xi}^*, \boldsymbol{\xi}) = \delta W_p + \delta W_S + \delta W_V, \quad (\text{A.1.29})$$

$$\begin{aligned} W_p &= \frac{1}{2} \int_{V_{in}} [(\gamma p_0 (\nabla \cdot \boldsymbol{\xi})^2 + (\nabla \cdot \boldsymbol{\xi}^*)(\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla p_0) \\ &\quad + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times (\boldsymbol{\xi} \times \mathbf{B}_0))^2 - \frac{1}{4\pi} (\boldsymbol{\xi}^* \times (\nabla \times \mathbf{B}_0)) \cdot \nabla \times (\boldsymbol{\xi} \times \mathbf{B}_0)] d\mathbf{r} \\ &= \frac{1}{2} \int_{V_{in}} \left( \frac{B_1^2}{4\pi} - p_1 (\nabla \cdot \boldsymbol{\xi}) - \boldsymbol{\xi} \cdot (\mathbf{j}_0 \times \mathbf{B}_1) \right) d\mathbf{r}, \end{aligned} \quad (\text{A.1.30})$$

$$W_S = \frac{1}{2} \int_S \xi_n^2 \frac{\partial}{\partial n} (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla) \left( \frac{B_{0,ex}^2}{8\pi} - \frac{B_{0,in}^2}{8\pi} - p_0 \right) dS, \quad (\text{A.1.31})$$

$$W_V = \frac{1}{8\pi} \int_{V_{ex}} (\nabla \times \mathbf{Q}) \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) d\mathbf{r} = \int \frac{B_1^2}{8\pi} d\mathbf{r}, \quad (\text{A.1.32})$$

で表せる。

今は境界の話は一旦おいておき、 $\delta W_p$  だけに注目するとしよう。磁力線方向の単位ベクトルを  $\mathbf{b}$  として、ゆらぎが  $\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\xi}_\perp + \xi_\parallel \mathbf{b}$  で与えられるとする。このとき、計算の細部は省くが  $\delta W_p$  は

$$\begin{aligned} \delta W_p &= \frac{1}{8\pi} \int |\nabla \times (\boldsymbol{\xi}_\perp \times \mathbf{B})|^2 \\ &\quad + B^2 |\nabla \cdot \boldsymbol{\xi}_\perp + 2\boldsymbol{\xi}_\perp \cdot \boldsymbol{\kappa}|^2 \\ &\quad + 4\pi\gamma p |\nabla \cdot \boldsymbol{\xi}|^2 \\ &\quad - 8\pi (\boldsymbol{\xi}_\perp \cdot \nabla p) (\boldsymbol{\xi}_\perp^* \cdot \boldsymbol{\kappa}) \\ &\quad - 4\pi J_\parallel \boldsymbol{\xi}_\perp^* \times \mathbf{b} \cdot (\nabla \times (\boldsymbol{\xi}_\perp \times \mathbf{B})) d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (\text{A.1.33})$$

の形に表すことができる。ここで  $\boldsymbol{\kappa} = (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{b}$  は磁場の曲率ベクトルである。上から順に 3 つは、磁場を曲げるのに必要なエネルギー、磁場を圧縮するのに必要なエネルギー、プラズマを圧縮するのに必要なエネルギーを表し、必ず正（すなわち安定な方向にはたらく）である。4 つめ、5 つめの項は正になったり負になったりする項で、それぞれ pressure-driven な不安定、current-driven な不安定を引き起こす項である。

#### A.1.4 圧力駆動不安定性

今、pressure-driven mode の項 (A.1.33) の右辺第四項に注目してみよう。圧力の勾配  $\nabla p$  と曲率ベクトル  $\boldsymbol{\kappa}$  の向きが同じ場合、ゆらぎが生じた際に  $(\boldsymbol{\xi}_\perp \cdot \nabla p) (\boldsymbol{\xi}_\perp^* \cdot \boldsymbol{\kappa})$  は正になる。すなわち  $\delta W$  は負の方向によるため、不安定になりやすくなる。すなわち、bad curvature ( $\nabla \cdot \boldsymbol{\kappa} > 0$ ) は不安定な構造である。

次に不安定化の成長率を見積もろう。式 (A.1.19) から

$$\delta W \sim \boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{F}(\boldsymbol{\xi}) \sim \omega^2 \rho \xi^2 \quad (\text{A.1.34})$$

と考えることができる。式 (A.1.33) の右辺は第四項だけを残し、左辺の  $\delta W$  は上記の式に置き換えればいいから

$$\omega^2 \rho \xi^2 \sim \xi^2 \nabla p \cdot \boldsymbol{\kappa} \quad (\text{A.1.35})$$

$\omega$  について解くと

$$\omega \sim \sqrt{\frac{\nabla p \cdot \boldsymbol{\kappa}}{\rho}} \sim \sqrt{\frac{p}{p} \frac{|\nabla p|}{\rho} \frac{1}{R_c}} \sim \sqrt{\frac{c_s^2}{L_p R_c}} \quad (\text{A.1.36})$$

ここで  $R_c$  は曲率半径、 $L_p = p/|\nabla p|$  である。以上より本文中の式 (2.2.8) が示された。

## A.2 Guiding-center 近似の基礎方程式

本研究では guiding-center 近似法を基に粒子の軌道を計算するコードを開発した。本節では Northrop & Scott (1964) を参考に guiding-center 近似における基礎方程式 (5.1.4)(5.1.5) の導出についてまとめる。

### A.2.1 導入

荷電粒子は磁力線のまわりをらせん状に運動（ジャイロ運動）するが、系のスケールに対しジャイロ運動の半径が非常に小さい場合もある。Guiding center 近似とは、荷電粒子のジャイロ運動を無視した近似運動理論である。

まず以下の図のように位置ベクトル  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\boldsymbol{\rho}$  を定義する。

磁場の向きに沿った単位ベクトル  $\mathbf{e}_1 = \mathbf{B}/B$  と、磁力線に垂直な平面上の単位ベクトル  $\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  を考えると、

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} + \boldsymbol{\rho} = \mathbf{R} + \rho(\mathbf{e}_2 \sin \omega_c t + \mathbf{e}_3 \cos \omega_c t) \quad (\text{A.2.1})$$

という関係がある。ここで  $\omega_c$  はサイクロトロン振動数

$$\omega_c = \frac{eB}{m} \quad (\text{A.2.2})$$

である。粒子の運動方程式は

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \frac{e\dot{\mathbf{r}}}{c} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) + e\mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (\text{A.2.3})$$

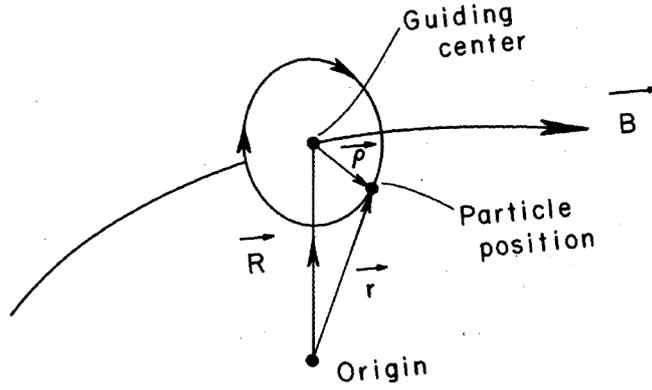


図 A.2.1 Guiding-center の概要図

である。この運動方程式をサイクロトロン振動数の逆数  $\omega_c^{-1}$  で時間平均をとると

$$\ddot{\mathbf{R}} = \frac{e}{m} \left[ \mathbf{E}(\mathbf{R}) + \frac{\dot{\mathbf{R}}}{c} \times \mathbf{B}(\mathbf{R}) \right] - \frac{\mu}{m} \nabla B(\mathbf{R}) + \mathcal{O}(\epsilon) \quad (\text{A.2.4})$$

となる。この変形はやや複雑なので詳細は省いたが、詳しくは Hellwig (1955), Northrop (1961) を参照。ここで  $\mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B}$  は磁気モーメントである。また  $\epsilon = \frac{m}{e}$  はこの方程式の次元の典型値で割ると微小となる量である。

粒子の guiding center 運動に注目したとき、粒子の運動は磁力線に沿って進む運動  $v_{\parallel} = \dot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{e}_1$  と、磁力線をまたがってドリフトする運動  $\dot{\mathbf{R}}_{\perp}$  に分けられる。

## A.2.2 ドリフト運動成分

まず、ドリフト運動  $\dot{\mathbf{R}}_{\perp}$  の表式を導出してみよう。(A.2.4) 式に右から  $\times \mathbf{e}_1$  を作用させて

$$\ddot{\mathbf{R}} \times \mathbf{e}_1 = \frac{e}{m} \left[ \mathbf{E} \times \mathbf{e}_1 + \left( \frac{\dot{\mathbf{R}}}{c} \times \mathbf{B} \right) \times \mathbf{e}_1 \right] - \frac{\mu}{m} \nabla B \times \mathbf{e}_1 + \mathcal{O}(\epsilon) \quad (\text{A.2.5})$$

ここで  $|\dot{\mathbf{R}} \times \mathbf{B}| = |\dot{\mathbf{R}}| |\mathbf{B}| \sin \theta = |\dot{\mathbf{R}}_{\perp}| |\mathbf{B}|$  に注意し、全体を  $\frac{e}{mc}$  で割って整理すると

$$\dot{\mathbf{R}}_{\perp} = \frac{c \mathbf{E} \times \mathbf{e}_1}{B} + \frac{\mu c \mathbf{e}_1 \times \nabla B}{e B} + \frac{mc \mathbf{e}_1 \times \ddot{\mathbf{R}}}{e B} + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (\text{A.2.6})$$

これが guiding center のドリフト速度である。(A.2.6) 式の右辺は左から順に、 $E \times B$  ドリフト、grad B ドリフトを表す項である。右辺第三項は6つのドリフトが含まれていて、湾曲ドリフトはこの項に含まれている。

(A.2.6) 式の右辺第三項について詳しく調べてみよう。まず、 $\dot{\mathbf{R}}$  は

$$\ddot{\mathbf{R}} = \frac{d\dot{\mathbf{R}}}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{\mathbf{R}}_{\perp} + v_{\parallel} \mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1 \frac{dv_{\parallel}}{dt} + v_{\parallel} \frac{d\mathbf{e}_1}{dt} + \frac{d\dot{\mathbf{R}}_{\perp}}{dt} \quad (\text{A.2.7})$$

と分解できる。(A.2.6) 式を時間微分することにより

$$\frac{d\dot{\mathbf{R}}_{\perp}}{dt} = \frac{d}{dt} \mathbf{u}_E + \mathcal{O}(\epsilon) \quad \left( \mathbf{u}_E = \frac{c\mathbf{E} \times \mathbf{e}_1}{B} \right) \quad (\text{A.2.8})$$

を得る。ここで (A.2.6) の右辺第二項と第三項は  $\epsilon$  に比例する項であり、 $\ddot{\mathbf{R}}$  の表式を出した後もう一度 (A.2.6) に代入したときに  $\epsilon^2$  が無視できるので、今は (A.2.6) の第一項だけを考えた。また、単位ベクトル  $\mathbf{e}_1$  のラグランジュ微分は

$$\frac{d\mathbf{e}_1}{dt} = \frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial t} + ((\mathbf{u}_E + v_{\parallel} \mathbf{e}_1) \cdot \nabla) \mathbf{e}_1 = \frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial s} + (\mathbf{u}_E \cdot \nabla) \mathbf{e}_1 \quad (\text{A.2.9})$$

ここで、 $s$  は磁力線に沿った座標を表し、 $\frac{\partial}{\partial s} = (\mathbf{e}_1 \cdot \nabla)$  という関係があることに注意。同様に  $\mathbf{u}_E$  のラグランジュ微分は

$$\frac{d\mathbf{u}_E}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}_E}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial \mathbf{u}_E}{\partial s} + (\mathbf{u}_E \cdot \nabla) \mathbf{u}_E \quad (\text{A.2.10})$$

となる。上記の式を用いて (A.2.7) を書き換えると

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{R}} = & \mathbf{e}_1 \frac{dv_{\parallel}}{dt} + v_{\parallel} \left( \frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial s} + (\mathbf{u}_E \cdot \nabla) \mathbf{e}_1 \right) \\ & + \left( \frac{\partial \mathbf{u}_E}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial \mathbf{u}_E}{\partial s} + (\mathbf{u}_E \cdot \nabla) \mathbf{u}_E \right) + \mathcal{O}(\epsilon) \end{aligned} \quad (\text{A.2.11})$$

これを (A.2.6) の右辺第三項に代入すると

$$\begin{aligned} \frac{mc}{e} \frac{\mathbf{e}_1 \times \ddot{\mathbf{R}}}{B} = & \quad (\text{A.2.12}) \\ \frac{mc}{eB} \mathbf{e}_1 \times \left[ v_{\parallel} \frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial t} + v_{\parallel}^2 \frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial s} + v_{\parallel} (\mathbf{u}_E \cdot \nabla) \mathbf{e}_1 + \frac{\partial \mathbf{u}_E}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial \mathbf{u}_E}{\partial s} + (\mathbf{u}_E \cdot \nabla) \mathbf{u}_E \right] + \mathcal{O}(\epsilon^2) \end{aligned}$$

したがって、(A.2.6) の右辺第三項は6つのドリフト効果が含まれることが分かる。四角括弧の第一項は  $\frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial t}$  ドリフトと呼ばれる。粒子速度が変わらないまま、磁場の向き  $\mathbf{e}_1$  だけが変わったとき、速度の成分 ( $v_{\perp}, v_{\parallel}$ ) が変わるため、見かけ上ドリフト運動が起きるよ

うに見える、という効果を表す。この項は磁場変化がゆっくりであるときは無視することができる。四角括弧の中の第二項は湾曲ドリフトに相当する。残りの4つの項は  $\mathbf{u}_E$  が含まれているため、電場が小さいときはまとめて無視できる。式 (A.2.6) と式 (A.2.12) を組み合わせ、 $\mathbf{e}_1$  を  $\mathbf{b}$  に置き換えると本文中の式 (5.1.4) が導出できる。ここで背景場は一定なので  $\frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial t} = 0$  であることと、 $\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial s} = (\mathbf{e}_1 \cdot \nabla) \mathbf{A}$  であることに注意。

### A.2.3 磁力線に平行な成分

次に、磁力線方向の運動  $v_{\parallel}$  について考えよう。(A.2.4) 式と  $\mathbf{e}_1$  の内積をとると、

$$\ddot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{e}_1 = \frac{e}{m} E_{\parallel} - \frac{\mu}{m} (\mathbf{e}_1 \cdot \nabla) \mathbf{B} + \mathcal{O}(\epsilon) \quad (\text{A.2.13})$$

である。ここで  $E_{\parallel}$  は電場  $\mathbf{E}$  の磁力線に平行な成分である。また、磁力線方向の粒子速度  $v_{\parallel}$  を時間微分すると

$$\frac{dv_{\parallel}}{dt} = \frac{d}{dt} (\dot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{e}_1) = \ddot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{e}_1 + \dot{\mathbf{R}} \cdot \dot{\mathbf{e}}_1 \quad (\text{A.2.14})$$

ここで、式 (A.2.13) と近似式  $\dot{\mathbf{R}} \cdot \dot{\mathbf{e}}_1 \sim \mathbf{u}_E \cdot \dot{\mathbf{e}}_1$  を (A.2.14) に代入することで

$$\frac{dv_{\parallel}}{dt} = \frac{e}{m} E_{\parallel} - \frac{\mu}{m} \frac{\partial B}{\partial s} + \mathbf{u}_E \cdot \frac{d\mathbf{e}_1}{dt} + \mathcal{O}(\epsilon) \quad (\text{A.2.15})$$

を得る。これが本文中の式 (5.1.5) である。

—  $\dot{\mathbf{R}} \cdot \dot{\mathbf{e}}_1 \sim \mathbf{u}_E \cdot \dot{\mathbf{e}}_1$  である理由 —

まず  $\dot{\mathbf{R}}$  は  $\dot{\mathbf{R}} = v_{\parallel} \mathbf{e}_1 + \dot{\mathbf{R}}_{\perp}$  に分けられるが、 $\dot{\mathbf{R}}_{\perp}$  のうち  $\epsilon = \frac{m}{e}$  に比例するドリフト項を無視すると  $\mathbf{u}_E$  のみ残る。

また、 $\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_1 = 1$  より  $\frac{d}{dt} (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_1) = 2\mathbf{e}_1 \cdot \dot{\mathbf{e}}_1$  は当然0になるため、 $v_{\parallel} \mathbf{e}_1 \cdot \dot{\mathbf{e}}_1 = 0$  である。したがって  $\dot{\mathbf{R}} \cdot \dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{u}_E \cdot \dot{\mathbf{e}}_1$  である。

(A.2.15) 式の右辺について、第一項は電場の磁場方向成分による粒子加速を表す。第二項は磁気ミラーによる減速・加速の効果を表し、磁力線に沿って磁場が強くなれば減速するし、磁場が弱くなっていれば加速する。第三項は、磁力線の方向が変わることで見かけ上加速度が生じているように見える効果を表す。

## 付録 B

# 双極型熱伝導コードのテスト計算

我々は双極型のスキームで熱伝導を計算するコードを開発した。本付録では我々の開発したコードが信頼できるものであることを示すため、我々が行ったテスト計算の手法および結果について述べる。

### B.1 一次元テスト A

#### B.1.1 テストの設定

まずは解析解の知られている最も単純な一次元テストを行った。初期条件を

$$T(x, t = 0) = T_0 \quad (\text{B.1.1})$$

とし、境界条件を

$$T(x = 0, t) = T_0, \quad T(x = 1.0, t) = T_H \quad (\text{B.1.2})$$

とおいた。ただし  $T_0 = 0.1$ ,  $T_H = 1.0$  である。この場合、放物型の熱伝導

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa^* \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad \kappa^* = \text{const.} \quad (\text{B.1.3})$$

には解析解が知られており

$$T(x, t) = T_0 + (T_H - T_0) \left( 1 - f \left( \frac{x}{2\sqrt{\kappa^* t}} \right) \right), \quad (\text{B.1.4})$$
$$f(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\eta^2} d\eta$$

で与えられる。我々は開発した双極型熱伝導コードによる数値的な結果と解析解 (B.1.4) を比較した。数値計算では流体の速度を常に 0.0、密度を常に 1.0 に固定し、熱の伝わり方だけを測定した。また拡散係数は  $\kappa^* = 1.0$  で固定とした。また空間のメッシュ数は 200 で計算した。

## B.1.2 テスト結果

図 B.1.1 にテスト結果を示す。おおよそ数値計算の結果は解析解と合致していると言える。最初のほうの時刻だけやや数値的なゆらぎが見られたが、これが気になる場合は Rempel (2014) で述べられているような人工拡散項を導入するとこの数値ゆらぎは消すことができるだろう。本テストは  $x$  軸方向だけでなく、 $y, z$  方向にも実施したが、同様の結果を得られた。

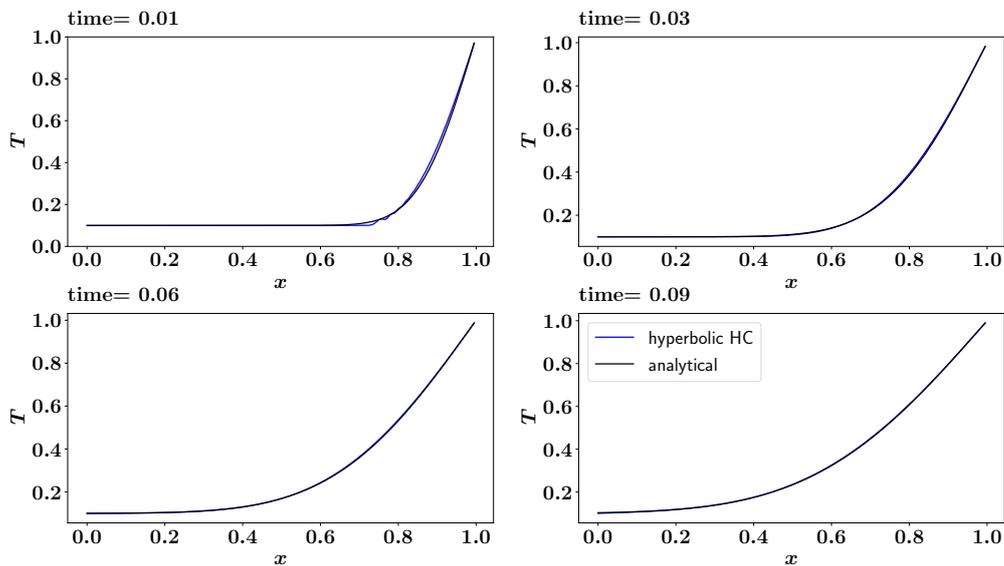


図 B.1.1 異なる 4 時刻における温度空間分布の比較。青い線が数値計算の結果で、黒い線が解析解である。

## B.2 一次元テスト B

### B.2.1 テストの設定

先ほどのテストは熱伝導係数が温度に依存しない単純なものであったが、次は熱伝導係数が温度に依存する場合を考える。Rempel (2017) を参考にし、以下のようなテストを行った。まず初期条件を

$$T(x, t = 0) = 0.1 + 0.9x^5 \quad (\text{B.2.1})$$

で与えた。境界条件は前項のテストと同様で

$$T(x = 0, t) = 0.1, \quad T(x = 1.0, t) = 1.0 \quad (\text{B.2.2})$$

である。拡散係数は温度に依存させ

$$\kappa^* = 1.0T^{2.5} \quad (\text{B.2.3})$$

とした。この設定の問題では解析解が知られていないため、双極型の数値解と放物型の数値解を比較した。また空間のメッシュ数は 200 とした。

### B.2.2 テスト結果

図 B.2.1 に双極型の数値解と放物型の数値解の比較を示す。双極型と放物型の数値解はほぼ一致しており、熱伝導スキームの違いによって重大な差異は見られなかった。こちらのテストも  $x$  方向だけでなく  $y, z$  方向にも実施したが、同様の結果が得られた。

## B.3 三次元テスト

### B.3.1 テストの設定

高次元計算をしても熱伝導が適切にはたらくかを調べるため、三次元で以下のようなテストを行った。温度の初期条件を

$$T(x, y, z, t = 0) = \begin{cases} 10.0 & (|x| \leq 0.25 \wedge |y| \leq 0.25 \wedge |z| \leq 0.25) \\ 1.0 & (|x| > 0.25 \vee |y| > 0.25 \vee |z| > 0.25) \end{cases} \quad (\text{B.3.1})$$

とした。つまりシミュレーションボックスの中心領域にだけ高温の領域を用意し、その周囲には冷たい領域を置く。外側境界は自由端境界とした。またメッシュは  $64 \times 64 \times 64$

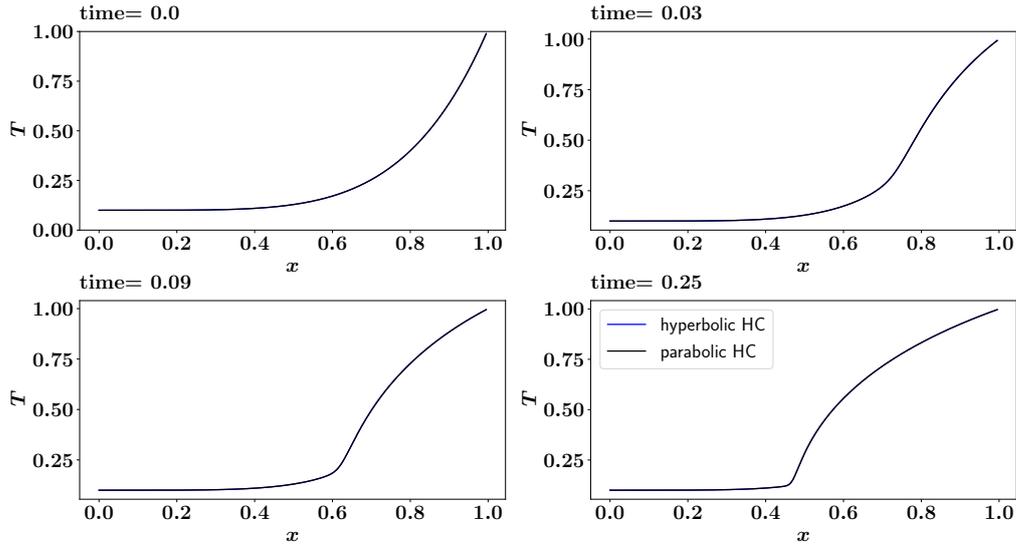


図 B.2.1 異なる 4 時刻における温度空間分布の比較。青い線が双極型の数値解で、黒い線が放物型の数値解である。

とした。熱伝導フラックスは Spitzer 熱伝導フラックス

$$\mathbf{F}_c = -\nabla_{\parallel}(1.0T^{2.5})\mathbf{e}_{\parallel} \quad (\text{B.3.2})$$

を採用した。熱伝導が任意の方向に伝わるかどうかを調べるため、シミュレーションボックス内に任意の方向の磁場を加えられるようにした。磁場の入れ方は  $(B_x, B_y, B_z) = (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 1)$  の 7 パターンを試した。全ての磁場の条件の下で、熱伝導の伝わり方が各  $x, y, z$  方向で対称的かどうかを調べた。

### B.3.2 テスト結果

以下では  $(B_x, B_y, B_z) = (1, 1, 0)$  のケースの結果を紹介する。図 B.3.1 に初期条件の温度分布を示す。シミュレーション領域の中心部に高温領域があるため、原点  $(0, 0, 0)$  を通る上 3 つのスライスでは高温領域 (白) が見える。一方で高温領域を通らない下 3 つのスライスでは高温の領域は全く見えていない。図 B.3.2 に時刻  $t = 0.06$  における温度分布を示す。今は  $x, y$  成分の磁場があるため、 $xy$  スライスでは斜めに熱が伝わっている。また初期条件では高温領域が見えていなかった下 3 つのスライスでも、 $x, y$  方向には熱が伝わるため、右下のスライスや中央下のスライスではわずかに熱が伝わっているのが分かる。熱の伝わり方はこちらの意図した通りであり、対称性が崩れるなどの問題はなかつ

た。他の磁場パターンについても問題がないことを確認した。

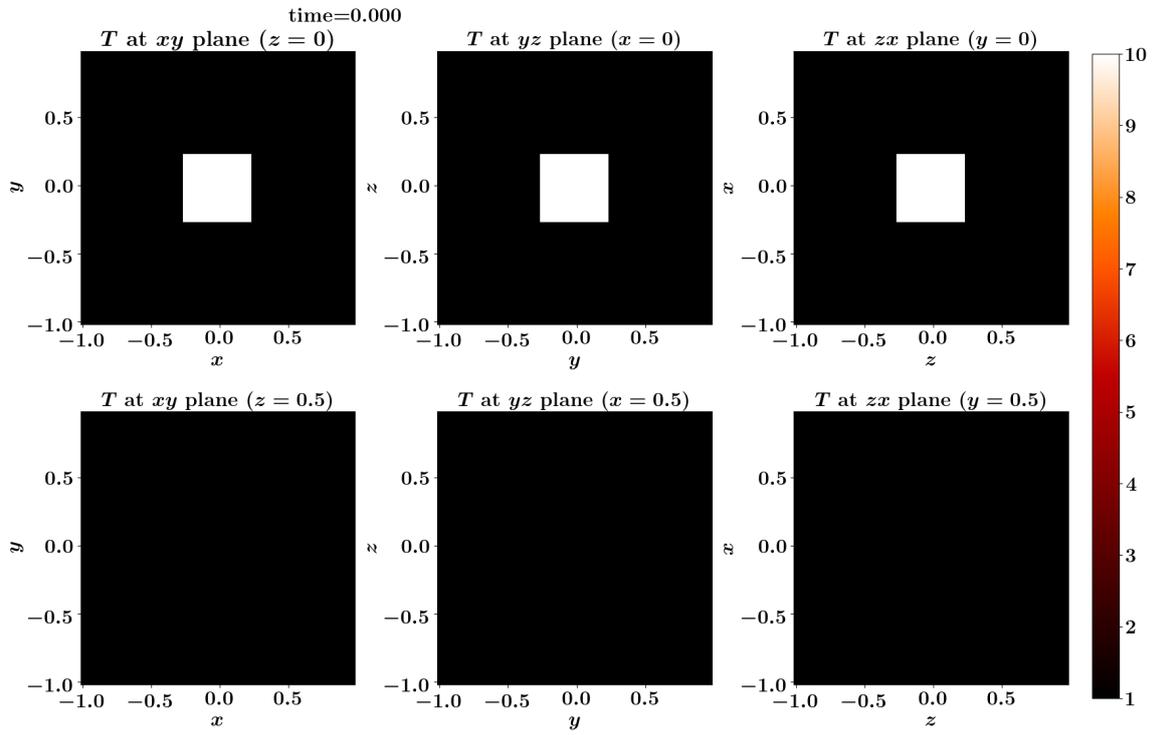


図 B.3.1 初期条件の温度分布を異なる 6 スライスで表示したもの。

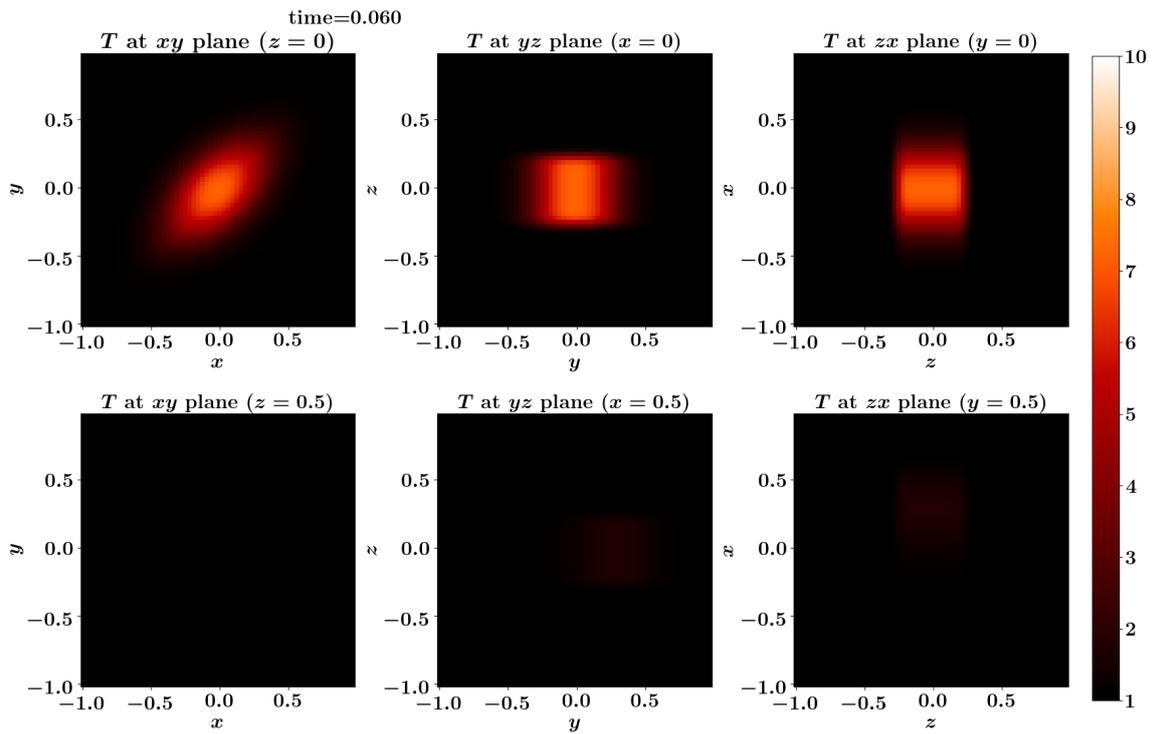


図 B.3.2 時刻  $t = 0.06$  の温度分布を異なる 6 スライスで表示したもの。